

Sveučilište u Zagrebu
Prirodoslovno – matematički fakultet
Matematički odsjek

Borjana Brdar

SURADNIČKO UČENJE U NASTAVI ARITMETIKE U OSNOVNOJ
ŠKOLI

Diplomski rad

Voditeljice rada: prof. dr. sc. ALEKSANDRA ČIŽMEŠIJA
izv. prof. dr. sc. DARIA TOT

Zagreb, STUDENI, 2016.

Ovaj diplomski rad obranjen je dana _____ pred nastavničkim povjerenstvom u sastavu:

1. _____, **predsjednik**

2. _____, **član**

3. _____, **član**

Povjerenstvo je rad ocijenilo ocjenom _____ .

Potpisi članova povjerenstva:

1. _____

2. _____

3. _____

Diplomski rad izradila sam uz mentorstvo izv. prof. dr. sc. Darije Tot te prof. dr. sc. Aleksandre Čižmešije kojima se ovim putem zahvaljujem na pomoći te uloženom trudu i vremenu koje su izdvojile za mene. Jednako tako, zahvaljujem se obitelji i prijateljima na potpori koju su mi pružali tijekom izrade ovog rada i cjelokupnog fakultetskog obrazovanja.

Sadržaj

Uvod	5
1. Suradničko učenje	7
1. 1. Povijesni aspekt	9
1. 2. Suradnja	12
1. 3. Istraživanja u području suradničkog učenja	14
1. 4. Prednosti strategije suradničkog učenja	18
1. 5. Osnovne komponente suradničkog učenja	21
1. 6. Tipovi suradničkog učenja	24
1. 7. Temelj suradničkog učenja	27
1. 7. 1. Faza razmjene	28
1. 7. 2. Faza prezentacije	30
2. Integracija suradničkog učenja u nastavu	31
3. Strategije suradničkog učenja	34
3.1. Strategija Rad u paru	34
3.2. Strategija Kolo naokolo	42
3.3. Strategija Koncentrični krugovi	46
3.4. Strategija Oluja ideja	51
3.5. Strategija Mentalna mapa	56
3.6. Strategija Stvaranje konceptualnih mapa pomoću kartica	59
3.7. Strategija Grupna slagalica	64
3.8. Strategija Uparivanje kartica	73
3.9. Strategija Izbaci uljeza	77
3.10. Strategija Partner govori	81
Literatura	84
Sažetak	87
Summary	88
Životopis	89

Uvod

Kao temu za diplomski rad odabrala sam strategiju suradničkog učenja u nastavi aritmetike u osnovnoj školi. Budući da ću biti učiteljica matematike, odlučila sam se za proučavanje o suradničkom učenju jer smatram da će mi to uvelike koristiti za moj budući rad i poboljšanje nastavnog sata posebice danas kada se društvo nemilosrdno osuvremenjuje i kada frontalna nastava nije dovoljna da bi učenici stekli sve vještine i sposobnosti koje su im potrebne za njihov kako poslovni, tako i privatni budući život. Proučavajući suradničko učenje, smatram da ću saznati kako primjenjivati metode suradničkog učenja u nastavi te kako učenike potaknuti na aktivnost u nastavi.

Diplomski rad započet je definicijama i pojašnjenjima što je to suradničko učenje i suradnja te zašto je ona nužna u nastavi. Tako prvo poglavlje ovog diplomskog rada sadrži definicije suradničkog učenja navedene od različitih autora. Potom povijesni aspekt suradnje i suradničkog učenja te nakon povijesnog aspekta kratki osvrt na suradnju. Nakon toga istaknuti su rezultati koji su dobiveni brojnim istraživanjima suradničkog učenja. Potom su navedene brojne prednosti suradničkog učenja, ali i prigovori koji su se pojavili te na što treba obratiti pažnju u primjeni suradničkog učenja. Na kraju prvog poglavlja pojašnjeno je na kojim idejama se zasniva suradničko učenje, koje faze čine temelj suradničkog učenja te koji su tipovi suradničkog učenja koji se mogu primjenjivati u nastavnom procesu.

Drugo poglavlje bavi se integracijom suradničkog učenja u nastavu i njegovom povezanosti s frontalnom nastavom. Nastoji se objasniti integrirani pristup u nastavi, koje su njegove prednosti te kako ga primjenjivati.

U trećem poglavlju posebna pozornost posvećuje se organizacijskim oblicima, tj. strategijama suradničkog učenja. U ovom poglavlju detaljno su razrađene strategije suradničkog učenja (opis, primjeri i analiza). Opis strategije sastoji se od opisa i pojašnjavanja što koja strategija predstavlja i kako se izvodi. Dok analiza strategije daje informacije o tome kako strategija unapređuje nastavu i učenje, kako planirati strategiju te na što treba paziti pri primjeni pojedine strategije. Za svaku strategiju dana su po dva konkretna primjera iz nastave aritmetike u osnovnoj školi koji pokazuju kako se pojedina strategija suradničkog učenja može koristiti u nastavi.

Krenimo redom.

1. Suradničko učenje

„ Petnaestog srpnja 1982. Don Bennett, biznismen iz Seattlea, postao je prvi amputirani čovjek ikada koji se uspeo na Mount Rainier. On je napravio 14 410 koraka na jednoj nozi i dvije štake. Trebalo mu je pet dana. Kada su ga upitali koja je najvažnija lekcija koju je naučio uspinjući se, bez razmišljanja je rekao da to čovjek ne može napraviti sam.“

(Johnson, Johnson, Holubec, 1994, str. 1) . Tu lekciju danas nastojimo primijeniti u našem školovanju. Mnogo vremena i truda je posvećeno pomaganju učiteljima u organizaciji nastave pomoću udžbenika, nastavnog plana i programa, kurikuluma i dr. Nešto manje vremena je utrošeno u osposobljavanje učitelja za komunikaciju s učenicima, ali kako učenici trebaju komunicirati jedni s drugima na nastavi je zanemareno, a ne bi trebalo biti. Interakcija između učenika u školi očituje se u tome kako učenici uče, što misle o školi i učiteljima te koliko samopoštovanja imaju.¹ Stoga želimo da škole i razredi budu mjesta na kojima će učenici, učitelji, administratori i ostalo osoblje zajednički, suradničkim radom i suradničkim učenjem ostvarivati svoje ciljeve i uspjehe.

¹ Johnson, D., Johnson, R. *An Overview Of Cooperative Learning*. <http://www.co-operation.org/what-is-cooperative-learning/> pogledano 15. 8. 2016.

Za početak, možemo se upitati što je to suradničko učenje. Postoje razne definicije različitih autora. Možemo reći da je suradničko učenje aktivni proces učenja u kojem se njeguju akademske i socijalne vještine kroz izravnu interakciju učenika, individualnu odgovornost i pozitivnu međuzavisnost (Jensen, 2003) . Također strategija suradničkih oblika učenja omogućuje učenicima usvajanje obrazovnih sadržaja radi uočavanja vrijednosti intelektualnog rada (Cindrić, Miljković, Strugar, 2000).

Suradničko (kooperativno) učenje nastalo je kao antiteza na natjecateljsko (kompetitivno) učenje. Dok se u natjecateljskoj klimi javlja agresija i međusobna netrpeljivost učenika, suradničkim učenjem, učenici, stječu niz socijalnih vještina kao što su međusobna tolerancija, podjela zadataka, međusobno pomaganje i uvažavanje međusobnih razlika koje će im biti potrebne za uspješno djelovanje unutar društvene zajednice (Bognar, 2006).

Suradničko učenje je učenje u malim grupama koje omogućuje učenicima da zajedničkim radom maksimiziraju kako svoje vlastito učenje, tako i učenje svih članova (Johnson, Johnson, Holubec, 1994) .

Meredith i sur. suradničko učenje definiraju kao zajedničko učenje učenika u parovima ili skupinama s ciljem istraživanja određene teme, bavljenja zajedničkim problemom ili nadogradnje uzajamne spoznaje radi stvaranja novih ideja (Kadum – Bošnjak, 2012; prema Matić, 2014). Suradničko učenje može uključivati razgovor o nečemu što je spomenuto na predavanju, sažimanje predavanja, formuliranje pitanja, rješavanje zajedničkog zadatka, pronalaženje originalnih rješenja, međusobno poučavanje novih sadržaja ili pak dugoročniji rad na zajedničkom istraživanju. Sastavni dio takvog načina rada je suradnja koja se treba osigurati dobro osmišljenim i primjerenim zadacima te podržavanjem međusobnog uvažavanja, komunikacije, tolerancije i podrške (Cota Bekavac, 2001; prema Bekavac, Grozdanić, Kletzien, 2005).

No, moramo imati na umu da svaki rad u skupinama nije suradničko učenje jer u suradničkom učenju uspjeh skupine i pojedinca su u međusobnoj ovisnosti (Buljubašić – Kuzmanović, 2006; prema Matić, 2014).

Međutim, autori se slažu da je suradničko učenje jedna od najpopularnijih nastavnih strategija koja bi u budućnosti obrazovanja trebala imati što širu primjenu. Do toga dolazi zbog toga što su današnji razredi interaktivni, fleksibilni i sve više odlazi u povijest način predavanja u kojemu je učitelj u središtu nastavnog procesa te se teži suradnji i interakciji učitelja i učenika. Poučavanje grupiranjem učenika počelo je davne 1867. godine, a pokrenuo ga je

pedagoški reformator W. T. Harris u St. Louisu, Missouriju. No, Harris je grupirao učenike po sposobnosti. Taj plan je bio poznat pod nazivom Santa (Marzano, Pickering, Pollock, 2005).

Napredovanjem obrazovanja kroz godine, praksa formiranja cijelih razreda na osnovi sposobnosti se drastično smanjila. Pretpostavlja se da je jedan od razloga mali učinak koji se postiže tom praksom. Drugi je pak razlog što grupiranje učenika po sposobnosti promiče nejednakosti među učenicima (Marzano, Pickering, Pollock, 2005). No, unatoč činjenici da se grupiranje prema sposobnosti smanjilo, ostaje i unaprijeđen je suradnički rad učenika koji se grupiraju na razne načine, ne nužno prema sposobnosti.

1.1. Povijesni aspekt

Prije nego što nastavim pisati o suradničkom učenju, reći ću nekoliko riječi o samoj suradnji i suradničkim vještinama te povijesnim činjenicama o suradnji.

Još u prvom stoljeću Quintillion je smatrao da učenici trebaju učiti jedan od drugoga. Rimski filozof Seneka izjavio je da poučavanjem čovjek uči dvostruko. Također je i Jan Amos Komensky dijelio mišljenje da učenici najbolje uče poučavajući (Johnson, Johnson, Holubec, 1994).

Teoretiziranje o socijalnoj međuovisnosti započelo je u ranim 1900-tim godinama kada je jedan od osnivača Gestalt škole psihologije, Kurt Koffka, razvio teoriju o skupinama kao dinamičnim cjelinama u kojima međuovisnost među članovima može biti različita. Jedan od njegovih kolega, Kurt Lewin, redefinirao je Koffkinu teoriju 1920-ih i 1930-ih godina te naveo da je bit skupine međuovisnost među članovima na način da promjena stanja bilo kojeg člana ili podskupine mijenja stanje bilo kojeg drugog člana ili podskupine te da se stanje napetosti unutar skupine između članova potiče kretanje prema ostvarenju željenih zajedničkih ciljeva. Lewinove teorije su naslijedili i nadopunili njegovi studenti i kolege, kao što su Ovisankian, Lissner, Mahler i Lewis iz čijih se djela može zaključiti da jedino nagon za ostvarenjem cilja potiče kako natjecateljsko ponašanje, tako i suradnju. Kasnih 1940-ih jedan od Lewinovih diplomanta, Morton Deutsch, proširio je razmišljanje o društvenoj međuovisnosti i formuirao teoriju koja koncipira tri vrste društvene međuovisnosti: pozitivnu, negativnu i nultu. Pozitivna međuovisnost ima za posljedicu pozitivnu interakciju tj. pojedinac smatra da može ostvariti svoj cilj ako i samo ako druge osobe s kojima je u suradnji ostvare svoje ciljeve, negativna ima za posljedicu suprotstavljanja tj. pojedinac

smatra da može ostvariti svoje ciljeve ako i samo ako drugi s kojima je u suradnji ne postignu svoje ciljeve, dok nulta međuovisnost kao posljedicu ima nedostatak interakcije. Deutschova osnovna pretpostavka je da vrsta međuovisnosti određuje kako pojedinci komuniciraju jedni s drugima, što ,pak, u velikoj mjeri određuje ishode i to je bio glavni koncept u tom području istraživanja.² No, suradničkim učenjem bavili su se i ostali. Tako je profesor pedagogije i filozofije Peter Peterson (1884.-1925.) uvidio da frontalna predavačka nastava dijete izolira od zajednice, a predmetni sustav pridaje veću brigu obrazovnom programu, zanemarujući dijete. Peterson je došao na ideju da školsku zajednicu organizira po uzoru na obitelj. Godine 1924. prvi put je proveo taj koncept u njemačkom gradu Jeni te se stoga danas taj koncept naziva „Jena plan“. To je koncept u kojemu su djeca formirana u grupe različite dobi. Djeca uče prema vlastitom interesu i mogućnostima i biraju s kime će surađivati. Rješavaju probleme u paru, istražuju svijet oko sebe i često razgovaraju te se tako njeguje kultura govorenja i slušanja. Djeca razvijaju sposobnost samostalnog učenja (Bognar, Matijević, 2005).

Potom su Bell u Indiji i Lancaster u Engleskoj osmislili sustav poučavanja velikog broja učenika odjednom na način da najbolji učenici poučavaju ostale, a učitelji poučavaju samo najbolje učenike. To je didaktički sustav s međusobnim poučavanjem učenika u sklopu školske nastave nazvan „Bell – Lancasterov sustav“ (Bognar, Matijević, 2005).

Navedeni sustavi su zapravo sistem pomagača, koji je u povijesti poznat kao prvi pokušaj uvođenja aktivnosti učenika u parovima.

Dublji smisao rada u parovima pokušao je uvesti švicarac J. B. Girard (1765- 1850). Naime, on je zagovarao poštovanje raznovrsnih učenikovih sposobnosti i socijalne elemente (Bognar, Matijević, 2005).

Lancaster J. i Bell A. uveli su suradnički rad u Engleskoj, a kasnije se to proširilo i na američkom području gdje se puno uložilo u provođenje takvog oblika rada

(Johnson, Johnson, Holubec, 1994).

U Americi se interes za prevladavanjem slabosti frontalne nastave grupiranjem učenika javio u prvoj polovini 20. stoljeća. Amerikanci su bili inspirirani idejama J. Deweya. Tada su se javili i didaktički koncepti Williama Killpatricka (Projekt metoda) i Carltona Washburna

² Johnson, D., Johnson, R. *An Overview Of Cooperative Learning*. <http://www.co-operation.org/what-is-cooperative-learning/> pogledano 15. 8. 2016.

poznatog pod nazivom Winnetka – plan, a u kojem zagovara kombinaciju individualnog rada učenika s grupnim (Bognar, Matijević, 2005).

S druge strane, u Francuskoj, od 1920. – 1940. Roger Cousinet je proučavao prednosti nove metode rada djece u grupama. Polazište mu je bilo psihološka spoznaja da se oko 9. godine djeca počinju prirodno zanimati za drugu djecu. Njihova igra postaje socijalna i počinju zadovoljavati potrebu za pripadanjem (Bognar, Matijević, 2005).

Prema istom psihološkom istraživanju, od 10. do 12. godine je zlatno doba dječjeg socijalnog života (Švajcer, 1964.; prema Bognar, Matijević, 2005)

Same te spoznaje nam govore da djeca imaju prirodnu potrebu družiti se s drugima i surađivati. Otuda nam dolaze i obrazloženja zašto je za djecu dobro uvesti suradničke oblike nastave. Naime, ako nisu u grupama, učenici su nedisciplinirani, došaptavaju se za vrijeme sata i ometaju (Bognar, Matijević, 2005).

Nerijetko ih zbog toga i kažnjavamo.

Postoje dva oprečna stajališta:

1. dijete se rađa kao potpuno egocentrično biće, zaokupljeno samim sobom te se postupno socijalizira.
2. čovjek se rađa kao društveno biće (Bognar, Matijević, 2005).

Ruth Froyland Nielsen navodi da se djeca već od 6. godine socijaliziraju, družu s vršnjacima, govorno komuniciraju, a od 13.-14. godine zajednički razmišljaju, dogovaraju se i svjesno organiziraju socijalne odnose (1982; prema Bognar, Matijević, 2005).

Koje god stajalište podržavali, i jedno i drugo nas dovodi do toga da u određenoj dobi djeca postaju socijalizirana, društvena bića koja imaju potrebu surađivati i komunicirati s drugima. Samim time, pogrešno je osuđivati ih i kažnjavati što narušavaju sklad frontalne nastave te je potrebno iskoristiti njihove prirodne potrebe te organizirati nastavu sa suradničkim oblicima rada na sveopće dobro, kako učenika tako i učitelja.

Stoga se u nastavu treba uvesti suradnja učenika kroz društvene grupe. Društvene grupe su zajednice s nekoliko desetaka članova. U školi, to su grupe učenika i grupe odraslih. Grupe se mogu stvarati formalno, primjerice odjeljenja i grupe slobodnih aktivnosti, ali i neformalne grupe na osnovi interesa ili simpatija. Tu su također grupe za igru koje služe uključivanju djece u širu društvenu zajednicu, ali i odgojno – obrazovne (Bognar, Matijević, 2005).

Sve navedene grupe imaju za svrhu uspostavu suradnje među djecom i razvoj društvenosti.

1.2. Suradnja

Socijalni psiholozi Muzafer i Sherif (Čudina – Obradović, Težak, 1995) proučavali su kako djeluje natjecanje na učenike, a kako suradnja. U tim, a i drugim istraživanjima dokazano je da natjecanje ima kratkotrajne i površne rezultate te štetne posljedice za odnose među učenicima. Dok je suradnja jedan od najbitnijih preduvjeta učinkovitosti tj. mogućnost škole da učenike dovede do znanja koje će moći koristiti i u životu nakon škole.

Naime, bit suradnje je odustati od prvenstva, doći do kompromisa te međusobno uskladiti interese (Čudina – Obradović, Težak, 1995).

Preduvjeti za suradnju su suradnička osobnost i komunikacija. Ti preduvjeti mogu se ostvariti kroz razne vježbe s učenicima. Neke od njih su primjerice:

suradnička ploča: igra uravnoteženja: boca suradnje: igra prijevoza: kornjača i druge

(Čudina – Obradović, Težak, 1995).

1.2.1. Suradnička ploča

Ploča sa metalnim ušicama kroz koju su povučene 4 vrpce koje izlaze iz valjka na čijem je dnu pisalica. Na ploči su nacrtana 4 kruga. Svaki igrač drži jednu vrpcu i nastoji pisalicom prekriti svoj krug. Prva aktivnost je da trebaju prekriti sva 4 kruga u jednoj minuti što mogu postići samo suradničtvom, a druga aktivnost natjecateljska da je pobjednik onaj čiji je krug najviše puta prekriven.

1.2.2. Igra uravnoteženja

Dvije daske trokutnog oblika međusobno spojene trima vijcima koji se jednostavno navijaju. Gornja ploča je vodoravna samo kad su sva tri vijka međusobno točno podešena. Tri igrača upravljaju svatko svojim vijkom ispred kojega se nalazi libela. Cilj igre je postići potpuno vodoravan položaj svih libela. I u ovoj igri su igrači međusobno ovisni u pogledu sredstava za postizanje cilja.

1.2.3. Boca suradnje

Učenici vade čepove iz boce koji su svezani na konac. Prvo natjecateljski svi vuku u isto vrijeme pa nitko ne uspije izvući, potom rasprava o tome kako ipak mogu izvući čepove, a to je da se međusobno dogovore i surađuju.

1.2.4. Kornjača

Četvero do petero djece pužu po podu i na leđima nose strunjaču koja predstavlja kornjačin oklop koji ne smiju izgubiti (Čudina – Obradović, Težak, 1995).

No, osim ovih preduvjeta, za suradnju je potrebna pozitivna međuovisnost sredstava i ciljeva, umanjivanje vrijednosti pohvala i ocjena, a naglašavanje znanja, socijalna odgovornost, empatija i ograničena uporaba moći učitelja (Čudina – Obradović, Težak, 1995). Nastavne jedinice potrebno je strukturirati tako da učenici uče surađivati jedni s drugima što je bitno za njihovo akademsko učenje jer efektivnije uče jedni od drugih. Suradničke vještine važne su i za samo društvo u cjelini to jest za stvaranje karijere kroz suradnju s drugima te u obitelji. Suradnički rad u školi je uvod u suradnički rad u poslovnoj karijeri i obiteljskom životu. Međutim, iako se suradnički rad često potiče u razredu, obično ne postiže svoj cilj. Vrlo često, radi se samo o tome da učenici rade u skupinama, ali ne rade suradnički jer zadaci koji su im zadani ne zahtijevaju zajednički rad i suradnju. Učenici najčešće rade pojedinačno, a razgovor koji vode nije povezan sa zadatkom, međusobne interakcije su kratkotrajne, a mogućnosti suradnje oskudne. Učitelji bi trebali voditi računa o tome da stvore organizaciju razreda koja će poticati učeničke interakcije s ciljem suradničkog postizanja uspjeha. Prema tome djelovanje učenika treba koordinirati, a ne ih samo prepustiti radu u skupinama u kojima će oni raditi svatko za sebe ili jedan umjesto svih ostalih (Desforges, 2001). No, uz suradništvo, ruku pod ruku, ide i konflikt. Nema dobre suradnje bez konstruktivnog konflikta (Johnson, Johnson, Holubec, 1994). Prema revolucionarnom modelu učenja svatko je i nastavnik i učenik. Po prvi puta u povijesti djeca preuzimaju nadzor nad svojim učenjem i komunikacijom. Smatra se da će u budućnosti velik dio komunikacije biti elektronska komunikacija te će tako nastavnici putem elektronske komunikacije poučavati milijune ljudi. Za potrebe budućnosti trebamo obrazovati ljude koji sami sobom upravljaju, sami djeluju, sami uče i sami sebe motiviraju. Ulazimo u informatičko doba brzog komuniciranja s informacijskom razmjenom velikih razmjera, a i samo društvo te poslodavci tražit će radnike koji se uključuju u projektne grupe, koji se okupljaju zbog specifičnih projekata. Tražit će se da svaki radnik bude stručnjak širokih pogleda spreman i sposoban surađivati sa drugim

stručnjacima (Dryden, Vos, 2001). Shodno tomu, potrebne su nam promjene u školskom sistemu kako bi naši učenici bili sposobni pratiti nadolazeće trendove. Jedan od načina promjene je uvođenje što više suradničkih oblika učenja te poticanje suradnje među učenicima.

Nakon ovog osvrta na suradnju, u kojem smo uvidjeli kako je suradnja prirodna potreba djece i priprema djece za budući život izvan škole, pogledajmo istraživanja u području suradničkog učenja te prednosti i mane suradničkog učenja.

1. 3. Istraživanja u području suradničkog učenja

Prema knjizi Johnson, Johnson, Holubec, *Circles of learning* (1994) mnogo vremena i truda se posvetilo istraživanjima suradničkog učenja. Teorijske osnove suradničkog učenja možemo pronaći još u starom vijeku u postavkama različitih pristupa poučavanju koje su razvijali Sokrat i Talmud. Od tada do danas razvile su se mnoge teorije koje su utjecale na suvremeni, humanistički pristup poučavanju. Navest ćemo neke od njih.

Teorija socijalne međuovisnosti fokusirana je na socijalnu međuovisnost. Rane 1900. godine psiholog Kurt Lewin tvrdio je da su grupe dinamične i da međuovisnost u grupi varira. Njegov kolega Kurt Lewin tvrdio je da je bit grupe međuovisnost njenih članova. Dakle, prema teoriji socijalne međuovisnosti grupa funkcionira u ovisnosti o tome kako njeni članovi međusobno surađuju. Pozitivna međuovisnost je suradnja, negativna međuovisnost je natjecanje (Johnson, Johnson, Holubec, 1994).

Kognitivna razvojna teorija bazira se na radu Piageta i Vygotskyog. I prema toj teoriji znanje je društvena konstrukcija koja nastaje suradničkim naporima za učenje, razumijevanje i rješavanje problema. Članovi grupe razmjenjuju informacije, ispravljaju i pomažu jedni drugima te tako stvaraju znanje.

Bihevioralna teorija učenja fokusira se na utjecaju grupnog rada na učenje (Johnson, Johnson, Holubec, 1994). Teoriju demokratskih razreda razvili su John Dewey i njegov sljedbenik Herbert Thelen. Navedena teorija ističe važnost razvoja suradničkog ponašanja i procesa za razvoj demokratskih društava. Također, važan poticaj za primjenu suradničkog učenja predstavljala je teorija Gordona Allporta o smanjivanju međurasnih predrasuda pri uključivanju crnačke djece u škole. Međutim, suradničko učenje izraslo je iz teorija koje su

osnova aktivnog učenja i konstruiranja vlastitog znanja i razumijevanja kao što je već spomenuta teorija Jeana Piageta, a također iz teorija učenja po modelu i teorije Vygotskog o važnosti socijalnih interakcija za učenje (Bekavac, Grozdanić, Kletzien, 2005).

Osim brojnih teorija, na temu suradničkog učenja provedena su mnoga istraživanja.

U kasnim 1800-tim Triplett u Sjedinjenim Američkim Državama, Turner u Engleskoj i Mayer u Njemačkoj proveli su niz istraživanja o čimbenicima koji su povezani sa suradničkim učenjem. Naime, istraživanje o suradničkom, natjecateljskom i individualnom radu priznato je kao jedno od najstarijih i najvećih područja istraživanja u socijalnoj psihologiji i obrazovanju.³ Od 1898. provedeno je oko 550 eksperimentalnih i 100 studijskih istraživanja o suradničkom, natjecateljskom i individualnom radu. I eksperimentalna i studijska istraživanja potvrdila su efektivnost suradničkog rada u odnosu na ostale oblike rada. Istraživanja o suradničkom učenju provedena su na pripadnicima različitih društvenih klasa, dobi, nacionalnosti, spolu i kultura. Studije su potvrđivane od raznih istraživača različitih orijentacijskih područja i brojnih država desetljećima. Istraživanja su se fokusirala na postignuća, motivaciju, transfer znanja, međuljudske odnose, socijalnu podršku, socijalne kompetencije psihološko zdravlje i moralno rasuđivanje. Potvrđeno je da suradničko učenje rezultira većim postignućima, kreiranjem novih ideja i rješenja, većim prenošenjem naučenoga iz jedne situacije u drugu, metakognicijom, boljim psihološkim zdravljem i razvojem socijalnih kompetencija (Johnson, Johnson, Holubec, 1994). Neki od rezultata istraživanja su sljedeći: suradnički rad, u odnosu na natjecateljski i individualni rad, potiče znatno veće napore kako bi se postigli ciljevi, aktivira učenike i zadržava njihovu pažnju na zadatku te duže vrijeme zadržavanja na zadatku, potiče razmišljanje na višoj razini te stvaranje novih ideja i rješenja, promiče pozitivne stavove prema zadacima, osjećaj osobne odgovornosti, emocionalne povezanosti i prijateljstva s ostalim članovima. Također, suradničko učenje utječe na psihičko zdravlje pojedinaca. Psihologinje Asley Montagu i Karen Horney ustvrdile su da je suština psihičkog zdravlja pojedinca sposobnost za razvoj i održavanje odnosa suradnje. Na kraju, utvrđeno je da se suradničkim oblicima učenja promiče korištenje viših strategija rezoniranja.⁴

³ Johnson, D., Johnson, R. *An Overview Of Cooperative Learning*. <http://www.cooperation.org/what-is-cooperative-learning/> pogledano 15. 8. 2016.

⁴ Johnson, D., Johnson, R. *An Overview Of Cooperative Learning*. <http://www.cooperation.org/what-is-cooperative-learning/> pogledano 15. 8. 2016.

Osim navedenih rezultata, istraživanja suradničkog učenja pokazala su da suradničko učenje mijenja ulogu učitelj u voditelja, umjesto predavača. Zahtjeva od učitelja da bude dobar model za sve vještine koje se ovakvim načinom rada nastoje razviti. Također, suradničko učenje zahtjeva od učitelja povećani trud u pripremi nastave i procjenjivanju napretka (Bekavac, Grozdanić, Kletzien, 2005). Naime, sva istraživanja o suradničkom učenju mogu se podijeliti u tri skupine: evaluacijska istraživanja, istraživanja grupnih procesa i posredujući činitelji u grupnim procesima. Evaluacijska istraživanja pokušavaju odgovoriti na pitanja jesu li grupe uspješne na način da se u jednoj skupini istraživanja mjere dječja postignuća prije i nakon uvođenja posebnog oblika grupnog rada te se nastoji utvrditi je li se povećao uspjeh poučavanja nakon rada u grupi u usporedbi s drugim vrstama poučavanja. Istraživanja prve skupine uglavnom su provedena u Americi. Njima su se bavili istraživači poput Johnsona i Johnsona (1985) i Slavina (1987), a utvrđeno je da suradničke metode poučavanja poboljšavaju dječja postignuća u odnosu na tradicionalne metode. Također, utvrđeno je da suradničko učenje potiče privlačnost među djecom, jača samopoštovanje te olakšava prihvaćanje djece s teškoćama u razvoju. Druga skupina istraživanja usmjerena je na to kako skupine djeluju. Tim istraživanjima utvrđuju se dječji postupci i interakcije u skupinama. U takvim istraživanjima najčešće proučavan aspekt je pomažuće ponašanje. Istraživanja potvrđuju da je davanje objašnjenja u pozitivnoj vezi s postignućem, tj. objašnjavajući nešto moramo gradivo razjasniti i organizirati, a ako prvotno objašnjenje nije shvaćeno, moramo ga izmijeniti. Dakle, onaj koji daje objašnjenje će učvrstiti i proširiti razumijevanje. Drugi proučavan činitelj istraživanja grupnih procesa je vrijeme provedeno u radu na zadatku i količina grupnog razgovora povezana sa zadatkom. Istraživanja pokazuju da su djeca u suradničkom okruženju mnogo više uključena u rad. Treća skupina istraživanja je također usmjerena na grupne procese, ali proučavajući posredujuće činitelje kao što su sastav grupe, vrsta zadatka i razina dječje uvježbanosti u socijalnim i suradničkim umijećima. Utvrđeno je da su skupine od četiri učenika najprikladnije. Također, većina zagovornika suradničkog učenja se zalaže za skupine različitih sposobnosti u kojima je podjednak broj dječaka i djevojčica. Što se zadataka tiče, Barnes i Todd (1977) su primijetili da učitelji koji potiču suradnju razlikuju krute i neodređene zadatke namijenjene radu u skupinama. Pritom kruti zadaci zahtijevaju vrlo usmjerene odgovore, dok neodređeni zadaci obično ne traže samo jedan točan odgovor, već raznolike odgovore. No, počele su se proučavati i razlike između zadataka koji zahtijevaju razgovor o djelovanju i apstraktan razgovor. Svakako, djeci bi

trebalo davati i zadatke koji će omogućiti opažanje i procjenu vlastitog ponašanja u grupi te prihvaćanje odgovornosti za učinak grupe kako bi se potaknula poduka socijalnih i suradničkih umijeća u skupini. Dakle, rezultati navedenih istraživanja ukazuju na veće dobitke u kognitivnom i emocionalnom području ukoliko primjenjujemo suradničko učenje, a proučavanja njegovog uvođenja pokazuju da su s kvalitetom grupnih procesa poverzani sastav grupe, oblik zadatka te uvježbavanje socijalnih i suradničkih umijeća (Desforges, 2001).

Kod nas se interes za suradničkim učenjem javio šezdesetih godina 20. stoljeća. Prevodili su se radovi stranih autora primjerice Lustenbergera (1959), Meyera (1957), Mory (1959), Vitak (1960). Zapaženu studiju postavio je i naš autor V. Švajcer (1964) (Bognar, Matijević, 2005). U nas je ideja o suradničkom učenju došla preko njemačke literature. Pedesetih godina je objavljena Meyerova knjiga *Grupni oblici rada u nastavi*, a početkom šezdesetih godina, objavljen je jedan od najkvalitetnijih radova o ovoj problematici u nas Švajcerova monografija *Grupa kao subjekt obrazovanja* koja je značajno utjecala na uvođenje suradničkog učenja u nastavu (Bognar, 2006).

U novije vrijeme, provedeno je istraživanje (Batarelo Kokić, Rukavina, 2011) o utjecaju primjene suradničkog učenja u mješovitom obrazovnom okruženju koje se sastoji od elektroničkog učenja i tradicionalnog poučavanja, a kako bi se istražio razvoj odgovarajućih razina učenja prema novoj Bloomovoj taksonomiji. U tom istraživanju sudjelovalo je 29 studenata podijeljenih u grupe koji su igrali uloge darovitih učenika. Aktivnost igranja uloga bila je oblikovana prema odrednicama suradničkog učenja kao što su heterogene skupine, jednaka mogućnost uspjeha, ciljevi bliski studentima, pozitivna međuovisnost, interakcija, pojedinačna odgovornost itd. Cjelokupna suradnička aktivnost bila je oblikovana s ciljem poticanja viših razina učenja prema Bloomovoj taksonomiji. Ti učenici su sudjelovali u forumskim raspravama preko sustava Moodle koji pruža mogućnost razdvajanja učenika, tj. studenata u skupine, ali tako da se ograničava uvid studenata iz drugih skupina u aktivnosti pojedine skupine. Istraživanjem je utvrđeno kako suradničko učenje pridonosi razvoju svih, a posebice viših stupnjeva znanja iz Bloomove taksonomije kao što su analiziranje, procjenjivanje i stvaranje te je potvrđena mogućnost ostvarivanja suradničkog učenja u mješovitom obrazovnom okruženju.

1. 4. Prednosti strategije suradničkog učenja

Razne su prednosti strategije suradničkog učenja u odnosu na ostale strategije.

Suradnički oblici učenja pridonose kvaliteti nastave i učenja radi:

- snažnijeg motiviranja i aktiviranja učenika za učenje,
- pomaganja i poticanja razvoja viših misaonih funkcija,
- poticanja grupne i međugrupne suradnje i komuniciranja,
- razvijanja osjećaja pripadnosti, prihvaćenosti, povjerenja u druge ljude, uzajamne povezanosti i odgovornosti,
- osposobljavanja učenika za odlučivanje i dijalog,
- osposobljavanja učenika za uočavanje i razumijevanje različitih problema,
- pozitivnog odnosa prema samome sebi, vršnjacima i učiteljima itd (Cindrić, Miljković, Strugar, 2000) .

Suradničko učenje pogodno je za postizanje većine humanističkih odgojnih ciljeva kao što su razvijanje prosocijalnog ponašanja, povećanje samopoštovanja i prihvaćanje različitosti (Čudina – Obradović. Težak, 1995).

Ako učitelje upitamo koje su prednosti suradničkog rada, navest će puno pozitivnih strana i mogućnosti. Između ostalog, učitelji ističu kako suradnički rad pruža učenicima mogućnost da upravljaju svojim učenjem, da odrede tijek rada i vrijeme za rad, da steknu ključne kvalifikacije za budućnost, da zadovolje potrebu za komunikacijom te im pruža osjećaj sigurnosti. Također, smatra se da suradnički rad reagira na prevladavajući trend obitelji sa samo jednim djetetom te pruža učenicima mogućnost socijalnog učenja u skupini koja kompenzira taj trend potom uzima u obzir elementarne potrebe učenika za komunikacijom i suradnjom te im daje osjećaj sigurnosti i zaštićenosti u socijalnom okruženju. Jednako tako, suradnički rad je u suglasju s uvjetima i zahtjevima modernog svijeta rada i stvara mogućnost za stjecanje ključnih kvalifikacija potrebnih za budućnost. Suradnički rad, učiteljima olakšava prevladavanje razlika među učenicima preko izgradnje sustava pomaganja što omogućuje da svi učenici u heterogenoj skupini rade na istom problemu pa tako učitelji ne moraju pripremati različite razine zadataka. Osim svih navedenih prednosti, suradnički rad, potiče socijalno učenje tj. potiče učenike da prihvaćaju, podupiru i poštuju jedni druge, aktivno

slušaju jedni druge, rješavaju nesuglasice i sukobe na miroljubiv način te daju jedni drugima konstruktivnu povratnu informaciju (Klippert, 2001).

Osim navedenih prednosti, postoje još neke kao primjerice bolji uspjeh učenika, uključivanje učenika po prilagođenom programu, poboljšane socijalne vještine, jači osjećaj pripadnosti i porast samopoštovanja (Jensen, 2003).

Također sukonstrukcija učitelja i učenika u stvaranju znanja i razumijevanja te refleksivni dijalog s ostalim sudionicima (Slunjski, 2012).

No, unatoč brojnim prednostima, ipak treba biti oprezan kod primjene strategije suradničkog učenja kako bi ono imalo svoju svrhu. Potrebno je voditi računa o slijedećem:

1.4.1. Organiziranje grupa na temelju sposobnosti treba se umjereno provoditi.

Istraživanja su pokazala da homogeno grupiranje ima veći učinak od negrupiranja, no prema otkriću Loua i suradnika 1996. učenici manjih sposobnosti postižu lošije rezultate kada su u homogenim grupama s učenicima nižih sposobnosti, za razliku od njihova uspjeha u heterogenim grupama. Učenici visokih sposobnosti pak postižu uspjeh i u homogenim grupama, ali malen, dok je za učenike srednjih sposobnosti homogeno grupiranje najkorisnije (Marzano, Pickering, Pollock, 2005). Ipak, u suradničkom učenju grupe bi u pravilu trebale biti heterogene po značajkama kao što su spol, etnička pripadnost, motiviranost i uspješnost jer je u heterogenim grupama više kreativnog mišljenja, pokušaja objašnjenja i zauzimanja širih gledišta. Heterogenost grupa može se ostvariti na nekoliko načina primjerice izborom članova grupe pridruživanjem određenih brojeva, slova, znakova prema početnim slovima imena, prezimena ili pak prema datumu rođenja. Kad na ovakav način formiramo grupe u svakoj grupi možemo dobiti i iznadprosječne, prosječne i ispodprosječne učenike što nam je bitno posebice ako će grupe dugotrajnije biti u istom sastavu (Bekavac, Grozdanić, Kletzien, 2005).

1.4.2. Suradničke grupe trebaju ostati malene po broju

Lou i suradnici preporučuju : „ Mali timovi od tri do četiri člana čine se uspješnijima od većih grupa“ (1996., str. 451.; prema Marzano, Pickering, Pollock, 2005).

1.4.3. Suradničko učenje treba se primjenjivati dosljedno i sistematično, ali ne pretjerano.

Lou i suradnici (1996.) preporučuju da se strategija suradničkog učenja primjenjuje barem jednom tjedno. Istraživači John Anderson, Lynne Reder i Herbert Simon (1997) pak

upozoravaju da treba imati na umu da se suradničko učenje može pogrešno primijeniti i da se često pretjerano primjenjuje u obrazovanju. Pogrešna upotreba je primjerice kada zadaci nisu dobro strukturirani, a pretjerana upotreba je kada se provodi u mjeri da učenici nemaju dovoljno vremena za samostalan rad (Marzano, Pickering, Pollock, 2005).

Također, kada organiziramo suradnički rad u grupama moramo imati na umu da ne možemo samo podijeliti učenike u grupe i dati im zadatke, već moramo osigurati da to uistinu bude suradnički rad.

Uz suradnički rad javljaju se i konflikti. Da bi suradnički rad uistinu bio suradnički rad potrebno je umijeće kako prevladati konflikte tj. potrebno je ovladati vještinama koje su potrebne za suradnički rad. Destruktivan konflikt dovodi do ljutnje, frustracije i bijesa. No, nije svaki konflikt negativan. Postoje i tzv. konstruktivni konflikti koji su potrebni u suradničkom učenju i nužni da bi suradničke grupe bile uspješne. To su akademska kontroverza u kojoj učenici razmjenjuju svoja intelektualna razmišljanja i zaključke te raspravljaju o različitim pogledima (Johnson, Johnson, Holubec, 1994). Drugi pozitivan konflikt je posredovanje u kojem učenici uče kako pregovarati rješenja svojih sukoba te kako posredovati u sukobima među vršnjacima (Johnson, Johnson, Holubec, 1994). Iako postoje mnoge prednosti suradničkog učenja i učitelji za njih teoretski znaju, u praksi se još uvijek učitelji rijetko odlučuju za suradničko učenje i rad primjerice u skupinama. Razlozi tomu su vjerovanja učitelja da radom u skupinama jedan učenik radi za sve, učenici više govore i rade jedan protiv drugoga nego jedan s drugim, svatko radi što hoće, a nitko ono što bi trebao raditi te učenici ne postižu rezultate. Javljaju se i prigovori da je suradnički oblik rada manje učinkovit nego natjecanje te da se učenici neće svi dovoljno truditi (Čudina – Obradović, Težak, 1995). Mnoge od tih primjedbi su opravdane jer u mnogim školama rad u skupinama izaziva trzavice. Činjenica je da je teško ostvariti suradnički rad pod postojećim uvjetima kao što su sat koji traje 45 minuta, pritisak opsežnog gradiva, premalene učionice, velik broj učenika, način sjedenja usmjeren prema nastavniku, nedostatak materijala te nedostatna izobrazba nastavnika koji su na temelju svog školovanja i obrazovanja često indiferentni prema suradničkom radu stoga se suradnički rad treba više vježbati i učiti. Pritom suradnički rad nikako ne treba postati jedini socijalni oblik nastave koji se provodi na svakom satu i svakom predmetu, ali se svakako treba povećati udio suradničkog rada u cjelokupnoj nastavi (Klippert, 2001). Dakle, kako bi strategija suradničkog učenja bila uspješna potrebno je da kako učenici, tako i učitelji ovladaju vještinama potrebnima za suradnički rad.

1. 5. Osnovne komponente suradničkog učenja

Sve te vještine satkane su u pet osnovnih komponenta suradničkog učenja, a to su:

1.5.1. Pozitivna međuovisnost

Pozitivna međuovisnost je prva i najvažnija komponenta suradničkog učenja. Pozitivna međuovisnost je ostvarena kada članovi suradničke grupe osjećaju i percipiraju da su povezani jedni s drugima te da jedan ne može biti uspješan i sudjelovati ako svi ne sudjeluju. Učenici shvaćaju da uspjeh pojedinog člana nije samo njegov uspjeh, već uspjeh i uloženi trud svih članova. Tada učenici pomažu jedni drugima (Johnson, Johnson, Holubec, 1994).

Pozitivna uzajamna ovisnost nastaje kada su svi članovi grupe istovremeno odgovorni za rad grupe (Bruning, Saum, 2008).

Neke od mogućnosti za postizanje pozitivne uzajamne ovisnosti su :

- zajednički izazov: grupe se okupljaju oko istoga cilja.
- pohvala grupe: može biti i usmena i pismena, ali svakako treba pohvaliti grupni rad i isticati njihovo zajedništvo
- podjela posla
- oprezna podjela uloga
- natjecanje između grupa
- stvaranje identiteta grupe: grupa bira svoje ime i svoj moto (Bruning, Saum, 2008).

1.5.2. Izravna interakcija

„ Kako bi uspjeli, ljudi moraju razgovarati jedni s drugima ili međusobno komunicirati na alternativan način.“ (Jensen, 2003, str. 236). Izravna interakcija uključuje razgovor sudionika suradničkih grupa kako riješiti probleme, diskusiju o prirodi koncepata koji se trebaju naučiti, povezivanje prošlih i sadašnjih znanja (Johnson, Johnson, Holubec, 1994).

U razredu se pozitivna interakcija uči, primjerice, da se zada učenicima koji su u grupi da svaki od njih stupi u interakciju s ostalima (Jensen, 2003). Izravna interakcija može se postići i tako da učitelji strukturiraju skupine tako da učenici sjede zajedno i razgovaraju o svakom aspektu zadatka objašnjavajući, raspravljajući i prenoseći svoje znanje (Steele, Meredith, Temple, 2011).

1.5.3. Individualna odgovornost

Jedna od svrha suradničkog učenja je da svaki član grupe ojača svoju individualnost. Učenici uče zajedno da bi se poslije bolje mogli izraziti individualno. Individualna odgovornost je ostvarena kada se nastup svakog pojedinog učenika ocjenjuje i rezultati služe grupi i pojedincu. Tada članovi grupe uvide kome treba više pomoći (Johnson, Johnson, Holubec, 1994). Zahvaljujući individualnoj odgovornosti svaki član obavlja svoj dio posla i spreman je demonstrirati grupne rezultate te u konačnici primijeniti stečena znanja (Bruning, Saum, 2008). Individualnu odgovornost učitelj može strukturirati tako da svakom drugom učeniku da test ili pak slučajnim odabirom jednog člana skupine da prezentira zajedničke rezultate (Steele, Meredith, Temple, 2011).

1.5.4. Suradnička umijeća

Glavni oslonac suradničkog učenja. Upravo zbog suradničkih umijeća kojima sudionici suradničkog učenja trebaju ovladati, strategija suradničkog učenja je kompliciranija od natjecateljskog ili individualnog učenja. Neka od suradničkih umijeća su : povjerenje, donošenje odluka, komunikacija, rukovodstvo (Johnson, Johnson, Holubec, 1994).

1.5.5. Grupno procesiranje

Grupno procesiranje predstavlja razumijevanje i ono što je naučeno toga dana. Članovi grupe diskutiraju o tome kako i koliko su naučili. Koja ponašanja im pomažu, koja ne te koje akcije nastaviti (Johnson, Johnson, Holubec, 1994).

Učenici promišljaju grupni radni proces tako što promišljaju o zajedničkom učenju (Bruning, Saum, 2008). Učitelji strukturiraju grupno procesiranje postavljanjem zadataka kao što su navođenje postupaka članova skupine koji su pripomogli uspješnosti skupine. Jednako tako, učitelji prate skupine i pružaju povratne informacije o uspješnosti njihove suradnje (Steele, Meredith, Temple, 2011).

Ovih pet komponenti je nužno kako bi strategija suradničkog učenja bila uistinu suradničko učenje i kako bi polučila rezultate. Učitelji ih moraju uklopiti u svaku nastavnu jedinicu koju realiziraju suradničkim učenjem. No, da bi učitelji mogli prenositi i uklopiti ove komponente u svoj razred, moraju i sami ovladati istima. Zbog toga se učitelji pripremaju za strategije suradničkog učenja kroz predavanja, demonstracije kako uklopiti suradničko učenje u funkcioniranje svog razreda i kroz iskustvo suradničkog rada na „vlastitoj koži“, a za to im je

potrebna podrška njihovih kolega i cijeloga školskog kolektiva (Johnson, Johnson, Holubec, 1994).

Prema Ericu Jensenu i njegovoj knjizi „Super nastava“ (2003) plan za uspjeh suradničkog učenja u razredu sastoji se od deset koraka:

1. Sadržaj

Odrediti jasne ciljeve nastavne jedinice, točno znati što bi učenici trebali dobiti od nje.

2. Objašnjavanje zadatka

Organizirati heterogene grupe. Koristiti lagane, poznate sklopove informacija. Dati konkretne zadatke i jasne upute za njihovo izvršavanje te izreći očekivanja.

3. Sam „trenutak“

Provjeriti ima li pitanja.

4. Usmjeriti na suradnju

Opisati koje socijalne vještine treba naučiti kroz danu nastavnu jedinicu. Pokazati te vještine kao model učenicima. Potaknuti ih na razmišljanje kako izgleda suradnja. Odrediti pravila i uloge u grupi.

5. Započnite grupni rad

Pokrenuti rad i dati pozitivne poticaje.

6. Grupne izjave

Izjave o tome kako poboljšati školske i socijalne sposobnosti.

7. Učenici međusobno dijele školske i socijalne sposobnosti

Učenici dijele izjave o vlastitom grupnom iskustvu, što su osjećali i što su naučili.

8. Nastavnik s učenicima dijeli akademska i suradnička opažanja

Nastavnik govori što je osjetio, iskusio.

9. Zaključni razgovor i završetak

Raspravljati o još nekim mislima i reakcijama na grupni proces te provjeriti individualnu odgovornost u grupi.

10. Obilaziti grupe i čestitati učenicima. Zapljeskati uz puno veselja oko minute te potom dati učenicima da odrede nove ciljeve za idući put.

Prema Bruningu i Saumu za ostvarivanje suradničkog učenja potrebne su i socijalne vještine koje se očituju kroz pomaganje jednih drugima, dobro ponašanje i konstruktivan dijalog (Bruning, Saum, 2008). Također, uvjet za poticanje suradnje među učenicima je unapređivanje međusobnog uvažavanja. Ako se svi učenici međusobno uvažavaju svima se daje poruka da su jednako vrijedni, ravnopravni i sposobni da sudjeluju u zajedničkim aktivnostima. To ujedno pridonosi motivaciji onih učenika koji su najmanje uspješni i najmanje sigurni u sebe, a međusobno uvažavanje pridonosi i razvoju osjećaja prihvaćenosti i pripadnosti u grupi. Stoga da bi se suradničko učenje uopće moglo uspješno primjenjivati nužno je da članovi grupa uspješno komuniciraju i surađuju te uvažavaju jedni druge (Bekavac, Grozdanić, Kletzien, 2005).

1. 6. Tipovi suradničkog učenja

Tipovi suradničkog učenja su : formalno suradničko učenje, informalno suradničko učenje i osnovne suradničke grupe.

Formalne grupe znače da učenici rade zajedno nekoliko dana ili čak tjedana. Imaju dovoljno vremena za završiti zadatak. Učitelj u formalnim grupama postavlja zadatak koji uključuje sve navedene komponente suradničkog učenja. Objašnjava zadatak, pomaže grupi da razviju grupne vještine, procjenjuje kako učenici uče i pomaže učenicima uspostaviti procese funkcioniranja (Johnson, Johnson, Holubec, 1994).

Informalno suradničko učenje sastoji se od neformalnih suradničkih grupa, primjerice rad u paru, koje traju od nekoliko minuta do cijelog nastavnog sata. Koriste se za pojašnjavanje očekivanja kod zadatka, povećanje koncentracije, detaljnu obradu informacija, planiranje vremena (Marzano, Pickering, Pollock, 2005).

Često se organiziraju da privuku učeničku pažnju tri do pet minuta prije obrade i dvije do tri minute diskusije radom u paru tijekom nastavnog sata (Johnson, Johnson, Holubec, 1994).

Naime, potrebno je prekinuti nastavni sat s kratkim periodima suradničkog učenja što pomaže u fokusiranju pažnje, ali i razumijevanju činjenica. Kroz takav način rada učenici intelektualno rade na objašnjavanju, sažimanju i integraciji novih znanja u postojeće strukture (Johnson, Johnson, Holubec, 1994).

Osnovne suradničke grupe su dugoročne grupe koje traju kroz polugodište, školsku godinu ili dok učenici ne završe tu razinu školovanja. To su heterogene grupe sa stalnim

članovima. Te grupe pružaju članovima trajnu prijateljsku podršku i pomoć kroz obrazovanje te razvoj suradničkih i socijalnih međuljudskih odnosa. Članovi osnovnih grupa sastaju se formalno svaki dan u osnovnoj školi te dvaput tjedno u srednjoj školi dok se neformalno sastaju svaki dan u razredu i na hodnicima. Koriste se kako bi poboljšale školsko iskustvo i pokazale kvalitetu i kvantitetu učenja te kako bi jedni drugima bili pomoć (Johnson, Johnson, Holubec, 1994).

Kroz osnovne suradničke grupe učenici jedni drugima daju akademsku potporu tj. pomoć i savjet kako učiti ili pomoć oko zadaće (Čudina – Obradović, Težak, 1995). Osim navedene podijele suradničkog učenja, postoji i podjela na sljedeće oblike:

suradničko učenje učitelj – učenik, suradničko učenje u grupama učenika i timska nastava (Cindrić, Miljković, Strugar, 2000).

1.6.1. Suradničko učenje učitelj – učenik

U nastavnom procesu uglavnom se znanje prenosi od učitelja na učenika jer je učitelj zrelija osoba i s više znanja i iskustva. Novija shvaćanja učenja ističu da je učenje interakcija učitelja i učenika. Učenik je aktivan suradnik jer i on ima stanovito životno iskustvo. U suradničkom odnosu, učitelj motivira učenike za rad, uspostavlja interakciju s učenikom i odnose u grupi. Zajednički s učenicima konstruira nova znanja i druge aktivnosti. U takvom odnosu poželjan je problemski pristup učenju u kojem učitelj osmišljava problemsku situaciju, osigurava didaktička sredstva i artikulira tijekom poučavanja dok je učenik uključen misaono (Cindrić, Miljković, Strugar, 2000).

1.6.2. Suradničko učenje u grupama učenika

Suradničko učenje u grupi učenika obilježava: različitost razvojnih razina i učeničkih znanja, socijalno – kognitivni prijemori primjerice suprotstavljanje ideja prouzročeni razlikama koje omogućuju stvaranje povoljnih situacija za učenje te primjenu dijaloga, razmjene i rasprave. Suradničkim učenjem u grupi učenici razvijaju socijalnu interakciju i kvalitetnije spoznaje, a ostvareni ciljevi su dugoročni. Suradničko učenje potiče učenje i pojedinca i cijele skupine (Cindrić, Miljković, Strugar, 2000). Suradničko učenje u grupama učenika, također utječe na pozitivnu međuovisnost učenika i razvoj kritičkog mišljenja. Učenicima je omogućeno sudjelovanje u raspravi i preuzimanje odgovornosti. Razvija se međusobno povjerenje, osjećaj sigurnosti, empatičnost, pravo na različitost mišljenja i sposobnosti (Cindrić, Miljković, Strugar, 2000).

Da bi rad u suradničkim grupama bio uspješan ključno je:

- poznavati sposobnosti svakog pojedinca u grupi,
- sastaviti grupe tako da motiviramo članove,
- zadati jasne zadatke za svakog učenika,
- razvijati socijalne vještine,
- analizirati procese u grupi,
- definirati slijed aktivnosti (Kolar, 2004.; prema Cindrić, Miljković, Strugar, 2000).

Naime, ciljevi suradničke nastave sastoje se u tome da se preuzimanjem učiteljeve djelatnosti upravljanja postigne veći stupanj sudjelovanja učenika, slobodom u izboru puta rješavanja potakne samostalnost mišljenja, zajedničkim obavljanjem radnih zadataka razvije sposobnost za socijalnu kooperativnost te da se u određenoj mjeri pridonese demokratskim oblicima ophođenja i osobinama zrele, na razvitak vlastite osobnosti usmjerene ličnosti (Terhart, 2001). Učiteljeva uloga je da potiče rad učenika. On je pokretač i koordinator te osoba koja motivira i vrednuje (Terhart, 2001.; prema Cindrić, Miljković, Strugar, 2000). No, suradnička nastava od učitelja zahtjeva novo promišljanje i reviziju njegova profesionalnog samorazumijevanja. Učitelj se više ne može poimati kao središnja upravljačka i razvodna instanca u nastavnom procesu, već treba ograničiti svoje ovlasti u korist samodjelatnosti učenika. Tu reviziju samorazumijevanja i profesionalnog djelovanja nije lako ostvariti, to više što i tradicionalna uloga učitelja i pravni i organizacijski uvjeti škole kao institucije, ističu vodeću funkciju i odgovornost učitelja. Međutim, institucionalna organizacija škole to nimalo ne olakšava. Postoji niz uvjeta koji se tome suprotstavljaju od školske arhitekture koja gomila učionice, preko načela razreda po godištima, 45- minutnog nastavnog sata do pasivnosti učenika i ustaljenog obrasca ponašanja koji frontalnu nastavu stavlja u prvi plan (Terhart, 2001). Stoga stručnjaci nastoje potaknuti učestalije korištenje suradničkih oblika učenja kako bi suradnička nastava i sama postala rutinom te navedenu strategiju suradničkog učenja s razreda žele proširiti na cijelu školu. To se postiže suradničkim radom cjelokupnog osoblja škole, od učitelja do tajnika, ravnatelja, računovodstva i drugih.

1. 7. Temelj suradničkog učenja

Suradničko učenje nastoji se sve više primjenjivati u školama jer današnja nastava ne znači da učenik samo usvaja informacije koje mu se nude, već te informacije mora sam preraditi. Na taj način učenje postaje individualna konstrukcija svakog učenika.

Suradničkim učenjem nastoji se aktivirati sve učenike u razredu te spriječiti njihovo nesudjelovanje u nastavi kojega smo česti primjer. No, suradničko učenje ne isključuje individualni rad učenika. Naime, jezgra suradničkog učenja sastoji se od tri stvari: individualnog razmišljanja, razmjene i osobne odgovornosti.

Svaki suradnički rad u sebi uključuje individualno razmišljanje o problemu te potom razmjena mišljenja s partnerom ili u skupini (Bruning, Saum, 2008).

Osobna odgovornost pridonosi tome da svi sudjeluju, potiče unutarnje aktiviranje svih učenika jer bilo tko može biti prozvan prezentirati rezultate.

Razmjena potiče sigurnost učenika, bolji doprinos nastavi, istraživanje kroz komunikaciju. Također ima pozitivni učinak jer se tijekom komunikacijskog procesa produbljuje kognitivno razumijevanje činjenica te se potiču komunikacijske sposobnosti učenika. To je takozvana sustavno uvjetovana komunikacija koja ne ometa nastavu. Naime, u frontalnoj nastavi se ne daje dovoljno prostora komunikaciji, a komunikacija je prirodna potreba djece. Dok individualno vrijeme razmišljanja sprječava blokade u razmišljanju.

Dakle, temeljno načelo suradničkog učenja glasi: Nema suradnje bez prethodnog individualnog rada (Bruning, Saum, 2008).

Temelj suradničkog učenja se u nastavu nastoji uklopiti kroz načelo „razmisliti – razmijeniti – prezentirati“.

Do ovog načela dolazimo preko teorijskog osnova suradničkog učenja, a to je konstruktivistička didaktika.

Prema konstruktivističkoj teoriji učenja učitelj ne prenosi učenicima nastavni sadržaj, već svaki učenik mora samostalno, aktivno proraditi sadržaj i ugraditi ga u svoje mentalne strukture. Na taj način svaki pojedinac individualno kreira svoje znanje te novo znanje povezuje s postojećim znanjem i iskustvom.

Stoga je faza individualnog rada tj. razmišljanja svojedobno konstrukcija. Svaki učenik za sebe najprije konstruira značenje i smisao. Predznanje povezuje s novim znanjem.

Nakon toga dolazi razmjena. U konstruktivističkoj teoriji nazvana „sukonstrukcija“. U fazi razmjene, učenici razmjenjuju svoje spoznaje. Uspoređuju tvrdnje sa svojim konstrukcijama, preispituju svoje prvotne konstrukcije i na taj način proširuju znanje i prilagođavaju vlastite spoznajne konstrukcije.

Na kraju dolazi prezentacija, u konstruktivističkoj teoriji nazvana instrukcija.

U toj fazi pojedinac ugrađuje iznesene podatke i činjenice u svoju mentalnu mrežu te sa stajališta predavača predstavlja činjenične odnose i objašnjava put do rješenja

(Bruning, Saum, 2008).

Dakle, svaki oblik suradničkog učenja treba se oblikovati u ove tri faze. Najuspješniji suradnički rad bit će ako učenici prvo individualno riješe zadatke, potom razmjene misli u grupi i nakon toga prezentiraju cijelom razredu. U strukturi nastave treba voditi računa o te tri faze. Na taj način učenici će aktivno proraditi zadatke, promišljati o njima te ih ugraditi u svoje mentalne strukture i povezati ih s postojećim znanjem.

Jedan oblik oblikovanja suradničkog učenja u tri faze je grafička struktura poznata kao

„Podložak“ postupak. Sastoji se u tome da se učenici podjele u četveročlane grupe. Potom im se podjeli veliki arak papira podijeljen tako da svaki učenik ima svoje polje, a u sredini je prazan prostor za rezultate rada cijele grupe. U prvoj fazi svaki učenik bilježi misli u svoje polje. U drugoj fazi učenici okreću papir u smjeru kazaljke na satu i diskutiraju o svojim promišljanjima te traže zajednički odgovor. Dok u trećoj fazi učenici pred razredom iznose grupne rezultate (Bruning, Saum, 2008).

Prednosti ovakve strukture su u tome što jasno prikazuje kako se izmjenjuju faze razmišljanja i razmjene, polja za svakog učenika naglašavaju da svatko treba raditi sam, zajedničko polje potiče komunikaciju te potiče učenike da se nagnu prema naprijed, jasno se može prepoznati koje su čije misli, a kod prezentacije arak papira učenicima može poslužiti kao plakat (Bruning, Saum, 2008).

1.7.1. Faza razmjene

Faza razmjene zauzima središnje značenje u procesu učenja. Tijekom faze razmjene učenici aktiviraju i mijenjaju vlastitu mrežu znanja te izgrađuju svoje komunikacijske sposobnosti (Bruning, Saum, 2008).

Faza razmjene može se oblikovati u tri temeljne komunikacijske strukture:

- jedan prezentira, drugi dopunjuju – odvija se na način da jedan učenik iznosi svoje mišljenje dok ostali slušaju i dopunjuju s onim što još nije rečeno. Koristi se za ponavljanje teme, prikupljanje ideja kako doći do rješenja
- prezentacija u smjeru kazaljke na satu (sharearound) – neophodna kada učenici individualno obrađuju različite zadatke. Na ovaj način svatko od učenika iznosi svoje mišljenje i svoje zadatke te razvija komunikacijske sposobnosti
- diskusija s govornim karticama (talking chips) – svaki član skupine dobiva listić određene boje. Podjeli ga na 4 djela i s tim listićem se javlja za riječ tako što listić stavlja na sredinu klupe. Uključuje ravnomjerno sudjelovanje svih učenika budući da sve kartice moraju biti potrošene. Osim navedenih govornih kartica, postoje i posebne kartice za poboljšanje komunikacije kao što su: kartice za potpitanje, pohvalu, parafraziranje, suglasnost i stanku (Bruning, Saum, 2008).

Fazu razmjene omogućuju intervjui. Intervju se odvija tako da jedan učenik postavlja pitanja, a drugi odgovara. Učenici formuliraju pitanja na temelju vlastitog znanja i pitanja o konkretnim činjeničnim odnosima. Intervjui potiču dubinsko učenje i jačaju komunikacijske i socijalne vještine. Neki od oblika intervjua koji se koriste su:

- Intervju u tri koraka – jednostavna struktura za grupu od 4 učenika. Potiče učenika na osvještavanje svoga predznanja i formuliranje vlastitih interesa. Koristi se kao uvod u razmjenu mišljenja o rezultatima rada i raspravu. Učenici rade po dvojce. Jedan drugome postavljaju ciljana pitanja o onome što su saznali tijekom individualnog rada. Nakon toga članovi grupe iznose jedan za drugim što su saznali u intervjuu. Primjeren je kod poticanja slušanja i razmjene informacija, ali ne i kod prikupljanja ideja.
- Intervju s promatračem – koristi se za tročlane grupe budući da jedan učenik ima ulogu promatrača. Promatrač bilježi glavna pitanja i odgovore i opažanja o komunikaciji. Svaki 5-7 minuta je zamjena uloga. Ovaj oblik intervjua pogodan je za razmjenu rezultata učenja i uzajamno nadopunjavanje
- Intervju s analitičarom – pogodan za četveročlane grupe. Zadatak četvrtog člana je da analizira razgovor to jest da izdvoji najvažnije zaključke razgovora. Ovakav intervju pogodan je za složenije zadatke i brz sažetak ključnih razmišljanja (Bruning, Saum, 2008).

Kod svakog intervjua treba jasno odrediti obrazovni cilj koji treba ostvariti.

1. 7. 2. Faza prezentacije

I završna faza suradničkog učenja, prezentacija, može se organizirati u nekoliko oblika:

- predavanje s fazama suradničke obrade
- galerijski obilazak
- jedan ostaje, drugi šetaju

1.7.2.1. Predavanje s fazama suradničke obrade

Ovdje se radi o frontalnom predavanju kojega prekidamo sa stankama u kojima ostali učenici moraju nešto grupno napraviti ili prodiskutirati. Te suradničke faze potiču unutarnju aktivnost učenika. Svaka od tih suradničkih faza uključuje individualni rad i razmjenu mišljenja.

1.7.2.2. Prezentacija kroz galerijski obilazak

Prezentacija kroz galerijski obilazak je prezentacija na način da svaki učenik u grupi dobije svoje slovo. Potom se okupljaju članovi različitih grupa koji imaju isto slovo. Novonastale grupe hodaju od stola do stola i onaj član grupe čiji je to bio stol prezentira sadržaj svoje prvobitne grupe. Tijekom obilaska učenici vode bilješke. Ovaj način prezentacije koristi se kada se ne prenose precizna znanja te nije dobar za matematičke postupke. Kako bi vrednovao rezultate učeničkog rada, učitelj može zadati učenicima da naprave grafički prikaz onoga što su naučili te se učitelj može priključiti jednoj grupi kako bi uvidio eventualne pogreške i ispravio ih pred razredom.

1.7.2.3. Prezentacija „jedan ostaje, drugi šetaju“

Izabere se jedan učenik koji ostaje sjediti u klupi i prezentira rezultate, dok ostali članovi grupe šetaju od klupe do klupe u smjeru kazaljke na satu te bilježe nova saznanja. Kada se grupa vrati na mjesto izvještavaju učenika koji je ostao sjediti o onome što su naučili. Ovaj oblik prezentacije koristi se u obliku suradničkog učenja nazvan grupna slagalica. Na samom kraju se proces učenja opet prebacuje na grupe. Zadatak učenika je utvrditi i prikazati zajedničku povezanost između prezentiranih rezultata.

Cilj faze prezentacije je ispravljanje i proširivanje usvojenih nastavnih sadržaja (Bruning, Saum, 2008).

2. Integracija suradničkog učenja u nastavu

Usporedimo li suradnički rad i frontalnu nastavu možemo uočiti sljedeće: prilikom suradničkog učenja u nastavnom procesu može aktivno sudjelovati više učenika nego što je to slučaj s frontalnom nastavom, suradnički rad razvija i jača osjećaj pripadnosti, kroz suradnički rad, učenici, mogu učiti i na druge načine koje frontalna nastava ne omogućuje iz vremenskih i drugih razloga potom mogu zadovoljiti svoju znatiželju te promatrati druge učenike pomnije i u drugim okolnostima od onih na frontalnoj nastavi. Naime, kratkoročno gledano, suradnički rad zahtijeva više vremena od frontalnog jer je učenicima potrebno više vremena da prorade sami neki problem, no taj višak vremena, dugoročno gledano, vraća se kroz sposobnosti koje se razvijaju i rastu (Meyer, 1989.; prema Klippert, 2001). Iako se u ovom diplomskom radu zalažem za strukturiranje nastave u suradničkom obliku, treba napomenuti da ne treba potpuno zamijeniti frontalni oblik nastave. Prednost frontalnog oblika je u njegovoj ekonomičnosti jer se istodobno poučava veći broj učenika (Bognar, Matijević, 2005). Također, neki sadržaji uopće nisu primjereni za drugačije nastavne metode, već za frontalnu nastavu kao što je, primjerice, u matematici uvođenje Pitagorina poučka ili pak uvođenje oznaka za unutarnje kutove trokuta. Osim toga, frontalna nastava je didaktički jednostavna nastavna metoda. S tim argumentom se često povezuje pogrešno mišljenje da su jednostavne metode za loše učitelje te da nisu djelotvorne. Frontalna nastava olakšava disciplinske mjere nastavnika jer za vrijeme predavanja učitelj sve učenike može kontrolirati pogledom, a također je osobito prikladna za određene nastavne sadržaje s manjim stupnjem težine tj. za

nastavne sadržaje koje razumiju i slabiji učenici te za priopćavanje nastavnih sadržaja učenicima kao na primjer na satu hrvatskog jezika, učitelj prije nego što pročita „ Uskrsnu šetnju“, priopći učenicima da se ona nalazi u Goetheovom „ Faustu, 1.dio“ (Terhart, 2001). Naime, za učenike je najbolje da se napravi kombinacija i jednih i drugih oblika učenja. Jedan oblik kombinacije suradničkog i frontalnog rada je da nastavnik objašnjava sadržaj frontalno, no pojedina pitanja zada učenicima da prvo sami razmisle, potom grupno rasprave i nakon toga predstave pred razredom (Bruning, Saum, 2008). Smatram da se ovom kombinacijom frontalnog i suradničkog rada postiže bolji učinak na učenike jer dobiju sve potrebne informacije, a ujedno radom u grupi proanaliziraju te informacije, obrate više pažnje na njih te ih na taj način osvijeste i ugrade u svoju mrežu znanja. Oblici frontalne nastave koji se još uvijek većinom koriste u školama su nastavno predavanje, učeničko predavanje, grupna prezentacija, nastavni razgovor pitanje- odgovor. No, mana frontalne nastave je u tome što se učenici sjećaju samo pojedinosti, ne obraćaju dovoljno pažnje na sadržaj, ne sudjeluju svi u nastavi i površno prepoznaju odnose među činjenicama

(Bruning, Saum, 2008) .Nedostatak frontalne nastave je i u nemogućnosti učitelja da uvažava posebnosti i individualne razlike učenika (Bognar, Matijević, 2005).

Da bi se ti problemi riješili, s frontalnom nastavom valjalo bi što više kombinirati suradničke oblike učenja jer suradnički rad potiče učenike na aktivnost te na aktivno promišljanje novih informacija.

Kao što sam već napomenula, suradničko učenje bazira se na konstruktivističkoj teoriji nastave. Kod konstruktivizma u središtu pozornosti je razmišljanje i aktivnost učenika. Znanje se ne izgrađuje preuzimanjem informacija od nastavnika već aktivnom konstrukcijom samih učenika (Bruning, Saum, 2008). Smatram da se na ovoj teoriji zasniva moderna škola i ono čemu školstvo teži.

Integrirani pristup se ne odriče prenošenja deklarativnog i proceduralnog znanja, ali je učenje aktivni i konstruktivni proces. Nastava se treba temeljiti na izmjenama faze instrukcije i konstrukcije (Bruning, Saum, 2008).

Učitelji su ti koji oblikuju svoj nastavni sat te određuju kada će i kako primijeniti strategije suradničkog učenja.

Bruning i Saum daju primjer procesa učenja u koji je integrirano i suradničko učenje u nekoliko koraka:

- uspostavljanje kontakta s učenicima, dati do znanja da želimo započeti s nastavom

- jasno priopćavanje nastavnog cilja i sadržaja, dati do znanja kakav napredak očekujemo od učenika
- aktiviranje predznanja i iskustva pitanjima i aktivnostima, upoznavanje učenika s temom sata, povezivanje s vlastitim iskustvima. Ovaj dio sata se može odraditi intervjuom, karticama s imenima i grafičkim prikazima
- upoznavanje s glavnim problemom i postavljanje strukturiranog zadatka sa strukturiranim uputama
- demonstrirati neku suradničku metodu kojom će raditi
- obrada glavnog problema ovog nastavnog sata strukturirano u tri temeljne faze suradničkog učenja
- diskusija o rezultatima grupnog rada te konsolidacija rezultata
- vježba i primjena kroz vođene i samostalne vježbe kojima se pasivno znanje pretvara u inteligentno. Ovdje moguća primjena brzinskog dueta o kojemu će biti riječi malo kasnije
- promišljanje o grupnom radu, tijeku rada, temi sata, postignućima i ponašanju – metakognicija (Bruning, Saum, 2008).

Suradnički oblik rada može se integrirati u bilo koji razred i u bilo koju nastavnu jedinicu i to u vidu formalnog suradničkog učenja – rad u grupama, informalnog suradničkog učenja – kratka diskusija nekoliko minuta u paru, osnovne grupe – dugoročni rad u grupi kroz cijelu godinu (Johnson, Johnson, Holubec, 1994).

3. Strategije suradničkog učenja

U ovom poglavlju detaljno ćemo opisati neke od strategija suradničkog učenja te pokazati na primjerima kako se one primjenjuju u nastavi.

3.1. Strategija Rad u paru

Za početak, opisat ćemo jednu od najčešće korištenih strategija suradničkog učenja, a to je strategija *Rad u paru*.

3.1.1. Opis strategije

Strategija *Rad u paru* je nastavna strategija u kojoj dva učenika zajednički obrađuju jedan problem udružujući svoje znanje i sposobnosti te su zajednički odgovorni za učinak svog rada (Predojević, 2010). Razlikujemo jednostavne i složene strategije rada u paru. U jednostavne strategije ubrajaju se: izvijestiti – parafrazirati, izvijestiti – ispraviti, izvijestiti – obrnuti, izvijestiti – dopuniti, izvijestiti – nastaviti, aktivno slušati i druge. U složene strategije ubraja se brzinski duet i partnerska slagalica. (Bruning, Saum, 2008).

Jednostavne strategije, kako im i sami nazivi govore baziraju se na tome da jedan učenik u paru nešto izjavi ili izračuna, a njegov partner ga ispravlja, dopunjuje, izvještava obrnuto itd. Ova strategija omogućuje učenicima da oni više govore, pažnja se s učitelja premješta na učenika. Također, učenicima omogućuje interakciju i suradnju sa svima u razredu te im daje osjećaj važnosti i postignuća kada ostvare cilj. Navedenom strategijom učenici se uče kako voditi i biti vođeni od strane učenika, a ne samo nastavnika.

3.1.2. Primjeri primjene strategije

Primjer 3.1.2.1. Strategiju *Rad u paru* pokazat ćemo na primjeru aktivnosti *Usporedi* prilikom obrade komutativnosti zbrajanja cijelih brojeva u nastavnoj cjelini *Cijeli brojevi*. Ovaj primjer, primjeren je učenicima šestog razreda osnovne škole. Učenici će, rješavajući nastavne listiće, radom u paru, otkriti da za zbrajanje cijelih brojeva vrijedi svojstvo komutativnosti, tj. da je $a + b = b + a$ za sve cijele brojeve a i b . Kako bi učenici uvidjeli da dano svojstvo vrijedi za sve cijele brojeve, zadajemo im sve kombinacije parova pribrojnika odnosno odabiremo pribrojnike istog predznaka, suprotnog predznaka, pozitivan i nula te negativan i nula. Materijal potreban za ovu aktivnost su nastavni listići pojedinačno za svakog učenika i listići za rad u paru te pribor za pisanje. Okvirno vrijeme predviđeno za ovu aktivnost je 5-10 minuta. Ovo je primjer rada u paru nadopunjavanjem. Prvo svaki učenik samostalno popunjava svoj nastavni listić, nakon čega slijedi diskusija u paru te popunjavanje nastavnog listića za rad u paru. Nakon što svi parovi popune svoje nastavne listiće za rad u paru slijedi razredna diskusija te izvođenje zaključka. Na razini razreda napravi se nekoliko različitih parova nastavnih listića. Slike 3.1.2.1.a) i 3.1.2.1.b) pokazuju primjer jednog para nastavnih listića. Pritom je crnom bojom označeno zadano, a plavom bojom su označena učenička rješenja.

Nastavni listić 3.1.2.1.a) za aktivnost *Usporedi*

Popuni tablicu:

a	b	$a + b$
5	3	$5 + 3 = 8$
-7	-2	$(-7) + (-2) = -9$
0	4	$0 + 4 = 4$
-3	0	$(-3) + 0 = -3$
-4	6	$(-4) + 6 = 2$
-8	5	$(-8) + 5 = -3$

Usporedi nastavni listić sa svojim parom. Što uočavate? Zajednički odgovorite na postavljena pitanja.

Što je zajedničko parovima brojeva a i b na različitim listićima? Što je različito?

Zajedničko je to što smo na svojim listićima imali zadane jednake parove pribrojnika, a različito je što smo ih zbrajali različitim redom, tj. jedan učenik je zbrajao $a + b$, a drugi učenik $b + a$.

Nastavni listić 3.1.2.1.b) za aktivnost *Usporedi*

Popuni tablicu:

a	b	$b + a$
5	3	$3 + 5 = 8$
-7	-2	$(-2) + (-7) = -9$
0	4	$4 + 0 = 4$
-3	0	$0 + (-3) = -3$
-4	6	$6 + (-4) = 2$
-8	5	$5 + (-8) = -3$

Nastavni listić 3.1.2.1.b) za aktivnost *Usporedi* (nastavak)

Usporedi nastavni listić sa svojim parom. Što uočavate? Zajednički odgovorite na postavljena pitanja.

Što je zajedničko parovima brojeva a i b na različitim listićima? Što je različito?

Zajedničko je to što smo imali zadane jednake parove pribrojnika na svojim listićima, a različito je što smo ih zbrajali na različite načine, tj. jedan učenik je zbrajao $a + b$, a drugi učenik $b + a$.

Slika 3.1.2.1.c) prikazuje primjer listića za rad u paru koji učenici popunjavaju nakon što popune listiće za samostalni rad.

Nastavni listić 3.1.2.1.c) za aktivnost *Usporedi*

Promotrite predznake zadanih pribrojnika. Koje ste sve kombinacije brojeva zbrajali?

Zbrajali smo pozitivan + pozitivan, negativan + negativan, nula + pozitivan, negativan + nula i kombinacije pozitivan + negativan broj, odnosno negativan + pozitivan broj.

Što uočavate? Kakvi su zbrojevi u odgovarajućim redcima na prvom i drugom listiću?

Zbrojevi u istom retku tablice na našim listićima su jednaki.

Nakon što učenici popune listiće za rad u paru, slijedi razredna diskusija i zapisivanje zaključka.

N: Što se događa s pribrojnicima na vašim listićima prilikom zbrajanja?

U: Pribrojnici su zamijenili svoja mjesta.

N: Što zaključujemo? Što se događa sa zbrojem ukoliko pribrojnici zamijene mjesta?

U: Ukoliko pribrojnici zamijene mjesta, zbroj se ne mijenja.

N: Promatrali ste zadane brojeve. Za koje brojeve vrijedi navedeno svojstvo?

U: Navedeno svojstvo vrijedi za sve cijele brojeve.

Možemo zapisati zaključak:

Za zbrajanje cijelih brojeva vrijedi svojstvo komutativnosti, tj. vrijedi $a + b = b + a$, za sve cijele brojeve a i b .

Primjer 3.1.2.2. Sljedeći primjer za strategiju *Rad u paru* je aktivnost *Nastavi niz* prilikom obrade potencija s negativnim cjelobrojnim eksponentom. Ovo je aktivnost uočavanja pravilnosti u brojevnim nizovima i nastavljanje niza primjenom učenih pravilnosti. Primjer je primjeren učenicima osmog razreda osnovne škole u nastavnoj cjelini *Kvadriranje i korjenovanje*. Za ovu aktivnost potrebni su nam nastavni listići za samostalan rad učenika i listići za rad u paru. Predviđeno vrijeme za ovu aktivnost je 5 do 10 minuta. Na razini razreda napravi se nekoliko parova nastavnih listića. Prvi listić koji učenici popunjavaju prikazan je na slici 3.1.2.2.a). Pritom je crnom bojom označeno zadano, a plavom učenički odgovori.

Nastavni listić 3.1.2.2.a) za strategiju *Rad u paru*

Odredite vrijednosti potencija u danom nizu.

$$10^7 = 10\ 000\ 000$$

$$10^6 = 1\ 000\ 000$$

$$10^5 = 100\ 000$$

$$10^4 = 10\ 000$$

$$10^3 = 1\ 000$$

$$10^2 = 100$$

Promotrite eksponente potencija na lijevoj strani jednakosti u nizu. Na koji se način mijenjaju iz retka u redak?

Eksponenti se smanjuju za 1 iz retka u redak.

Nastavni listić 3.1.2.2.a) za strategiju *Rad u paru* (nastavak)

Promotrite vrijednosti potencija na desnoj strani jednakosti u nizu. Na koji se način mijenjaju iz retka u redak?

Vrijednost potencije je u svakom sljedećem retku 10 puta manja.

Nastavite niz jednakosti prema uočenim pravilima. Ako vrijednost potencije na desnoj strani jednakosti nije cijeli broj, zapišite je u obliku decimalnog broja i dekadskog razlomka

$$10^1 = 10 = 10$$

$$10^0 = 1 = 1$$

$$10^{-1} = 0.1 = \frac{1}{10}$$

$$10^{-2} = 0.01 = \frac{1}{100}$$

$$10^{-3} = 0.001 = \frac{1}{1\,000}$$

$$10^{-4} = 0.0001 = \frac{1}{10\,000}$$

Nakon što učenici popune nastavni listić 3.1.2.2.a) za aktivnost *Nastavi niz*, u paru popunjavaju nastavni listić 3.1.2.2.b) i dolaze do zaključka o potencijama s negativnim cjelobrojnim eksponentom. Dobiveni zaključak učenici zapisuju u bilježnicu.

Nastavni listić 3.1.2.2.b) za strategiju *Rad u paru*

Zapišite vrijednosti potencija broja 10 s eksponentom 1 i 0, dobivene na prethodnom listiću.

$$10^1 = 10$$

$$10^0 = 1$$

Popunite tablicu pomoću rezultata dobivenih na Nastavnom listiću 3.1.2.2.a).

Potencija broja 10	Eksponent	Decimalni zapis vrijednosti potencije	Broj decimala	Broj nula među decimalama
10^{-1}	-1	0.1	1	0
10^{-2}	-2	0.01	2	1

Nastavni listić 3.1.2.2.b) za strategiju *Rad u paru* (nastavak)

Potencija broja 10	Eksponent	Decimalni zapis vrijednosti potencije	Broj decimala	Broj nula među decimalama
10^{-3}	-3	0.001	3	2
10^{-4}	-4	0.0001	4	3
10^{-5}	-5	0.00001	5	4
10^{-6}	-6	0.000001	6	5
10^{-7}	-7	0.0000001	7	6
10^{-8}	-8	0.00000001	8	7
10^{-15}	-15	0.0000000000000001	15	14

1. Usporedite drugi i četvrti stupac tablice. Što uočavate?

Uočavamo da broj decimala u decimalnom zapisu vrijednosti potencije odgovara apsolutnoj vrijednosti eksponenta.

2. Usporedite drugi i peti (zadnji) stupac tablice. Što uočavate?

Uočavamo da je broj nula među decimalama za jedan manji od apsolutne vrijednosti eksponenta.

3. Popunite tablicu općim zaključkom za decimalni zapis potencije broja 10 s negativnim cjelobrojnim eksponentom.

Potencija broja 10	Eksponent	Decimalni zapis vrijednosti potencije	Broj decimala	Broj nula među decimalama
$10^{-n}, n \in \mathbb{N}$	$-n$	0.000...1	n	$n - 1$

Možemo zapisati zaključak:

$10^{-n} = \frac{1}{1000...0} = 0.000 \dots 1$ pri čemu je broj nula u nazivniku razlomka jednak apsolutnoj vrijednosti eksponenta potencije i broju decimalnih mjesta u decimalnom zapisu.

3.1.3. Analiza strategije

Kako ova strategija potiče učenje. Rad u paru potiče veći interes kod učenika od individualnog rada. Pruža učenicima mogućnost razjašnjavanja koncepata te pomoć pri rješavanju problema te pomoć kod nerazumijevanja sadržaja. Omogućuje učenicima interakciju u kojoj jači učenici mogu pomoći slabijima. Učenici prilikom rada u paru, dobiju više ideja te dijele mišljenja i iskustva. Također, učenici se osjećaju sigurnije prilikom rada u paru, posebice sramežljivi učenici.

Kako ova strategija unapređuje nastavu. Ova strategija može se koristiti za predstavljanje nove terminologije i upoznavanje novih činjenica, ali jednako tako i za ponavljanje i usustavljivanje sadržaja. Sadržaj lekcije učenici prilagođavaju svojim potrebama. Primjenom ove strategije, učenici izgrađuju međusobne odnose dok učiteljima ova strategija omogućuje da prate i osluškuju svoje učenike te njihov način razmišljanja.

Planiranje i upravljanje strategijom. Pri korištenju ove strategije treba voditi računa da učenici koji rade u paru dobiju zadatke podjednake težine te da su zadaci međusobno povezani kako bi učenici izvukli zaključke. Potrebno je osigurati dovoljno vremena da učenici riješe zadatke te da imaju vremena za međusobnu diskusiju. Prije samog rada učenika u paru, potrebno je objasniti i demonstrirati učenicima što treba raditi te provjeriti njihovo razumijevanje. Na kraju aktivnosti potrebno je učenicima dati povratnu informaciju o njihovom radu te podijeliti njihov rad s cijelom grupom. Potrebno je postaviti jasno vremensko ograničenje i kontrolirati tko radi s kim te tko dominira ne bi li se dogodilo da uvijek isti učenici dominiraju.

Moguće prilagodbe. Rad u paru ne mora biti samo klasičan rad dvoje učenika koji sjede u istoj klupi. Moguće je organizirati rad u paru unutar grupnog rada četiri učenika na način da prvo rade u paru, a potom razmjenjuju mišljenja u grupi. Također, kako učitelj ne može slušati sve odjednom i pratiti učenički rad, može postaviti promatrača za rad u paru. Pritom učenici izmjenjuju svoje uloge.

Napomena. Prilikom rada u paru, komunikacija može postati glasna. Potrebno je pripaziti da ne postane preglasno te da učitelj ne izgubi kontrolu u razredu.

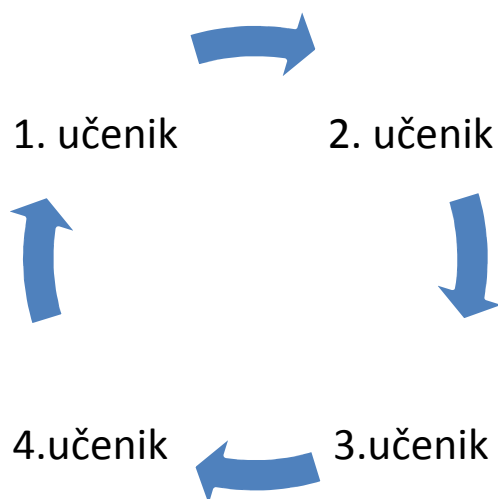
3.2. Strategija Kolo naokolo

U nastavku, opisat ćemo strategiju *Kolo naokolo*. Pokazat ćemo nekoliko primjera te analizirati danu strategiju.

3.2.1. Opis strategije

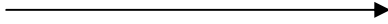
Kolo – naokolo je metoda slična grupnoj analizi. Može se organizirati na način da se jedan papir i olovka sustavno šalju od člana do člana skupine i da svatko zapisuje svoju ideju (Steele, 2003). U matematici, može se organizirati na način da svatko od članova grupe dobije listić sa zadacima. Svatko rješava po jedan zadatak na listiću i šalje ga dalje. Svaki sljedeći zadatak ovisi o prethodnom. Nastavni listići su različiti, ali su na svakom od njih istovrsni odgovarajući zadaci. Prilikom izrade listića za ovu strategiju bitno je voditi računa o tome da broj zadataka na listiću bude jednak broju učenika u skupini. Svaki zadatak ovisi o prethodnom zadatku i na taj način su zadaci međusobno povezani, a svi učenici iz grupe moraju sudjelovati i rješavati svoje zadatke. Na ovaj način odmah je vidljivo ukoliko netko ne radi jer taj zadatak nedostaje i grupa ne može rješavati dalje.

Shematski, ova strategija izgleda ovako



Slika 3.2.1. Shematski prikaz strategije *Kolo naokolo*

Primjer sheme zadataka i rješavanja grupe od četiri učenika za ovu strategiju je dana tablicom:



Podatci	Zadatak 1	Zadatak 2	Zadatak 3	Zadatak 4
Podatak 1	1. učenik	4. učenik	3. učenik	2. učenik
Podatak 2	2. učenik	1. učenik	4. učenik	3. učenik
Podatak 3	3. učenik	2. učenik	1. učenik	4. učenik
Podatak 4	4. učenik	3. učenik	2. učenik	1. učenik

Slika 3.2.2 Shema zadataka i postupak rješavanja za strategiju *Kolo naokolo*

3.2.2. Primjeri primjene strategije

Primjer 3.2.2.1. Prvi primjer za strategiju *Kolo naokolo* je množenje potencija s bazom 10. Ovaj primjer primjeren je učenicima osmog razreda osnovne škole unutar nastavne cjeline *Kvadriranje i korjenovanje*. Danim primjerom obuhvatit ćemo potencije s bazom 10 s pozitivnim eksponentom. Cilj ove aktivnosti je da učenici otkriju pravilo množenja potencija s bazom 10 s pozitivnim eksponentom pa se ovaj primjer radi na satu obrade. Učenici se podijele u grupe od po 4 učenika. Svaki učenik dobije listić sa zadacima. Na svim listićima su istovrsni zadaci. Pritom pojedini učenik rješava prvi zadatak na prvom listiću, drugi zadatak na drugom listiću, treći na trećem itd. Listići stalno kruže. Predviđeno vrijeme trajanja ove aktivnosti je 10 do 15 minuta. Nastavni listić 3.2.2.1. je primjer nastavnog listića za ovu strategiju. To je nastavni listić za jednu grupu od 4 učenika. Pritom je različitim bojama označeno koja polja rješava prvi, koja drugi učenik itd. Svaki učenik grupe dobije ovakav listić i rješava na prvom prvo polje, drugom drugo polje itd. Na razini razreda napravi se nekoliko istovrsnih nastavnih listića za ostale grupe učenika.

Nastavni listić 3.2.2.1. za strategiju *Kolo naokolo*

1. Odredi vrijednosti potencija pa ih pomnoži. Tablicu popuni po stupcima, prema naznačenim koracima.

Pomnoži!	Vrijednost umnoška potencija	Zapis umnoška u obliku potencije broja 10	EkspONENT prve potencije u umnošku	EkspONENT druge potencije u umnošku	EkspONENT umnoška
$10^2 \cdot 10^3$	$100 \cdot 1\,000 = 100\,000$	10^5	2	3	5
$10^4 \cdot 10^2$	$10\,000 \cdot 100 = 1\,000\,000$	10^6	4	2	6
$10^1 \cdot 10^5$	$10 \cdot 100\,000 = 1\,000\,000$	10^6	1	5	6
$10^3 \cdot 10^6$	$1\,000 \cdot 1\,000\,000 = 1\,000\,000\,000$	10^9	3	6	9

2. Raspravi u skupini!

Usporedite šesti stupac tablice s četvrtim i petim. Što uočavate?

Uočavamo da je ekspONENT umnoška jednak zbroju ekspONENTA prve i druge potencije u umnošku.

3. Pokušaj sam(a)!

Primjenjujući uočeno pravilo, bez množenja odredi vrijednost umnoška:

$$10^7 \cdot 10^3 = 10^{10}$$

Dobiveni rezultat provjeri množenjem! $10\,000\,000 \cdot 1\,000 = 10\,000\,000\,000$

4. Raspravi u skupini!

Zapišite simbolima opće pravilo za množenje potencija broja 10 s prirodnim eksponentom.

$$10^m \cdot 10^n = 10^{m+n}, \quad m, n \in \mathbb{N}$$

Općenito, napišimo pravilo kako množimo potencije s bazom 10?

Potencije s bazom 10 množimo tako da bazu prepisemo, a eksponent umnoška jednak je zbroju eksponenata prve i druge potencije u umnošku.

Primjer 3.2.2.2. Sljedeći primjer za strategiju *Kolo naokolo* je otkrivanje svojstva distributivnosti množenja prema zbrajanju cijelih brojeva u šestom razredu osnovne škole. I ovaj primjer je za sat obrade. Kao i u prethodnom primjeru pripremimo nastavne listiće za učenike tako da svi listići imaju istovrsne zadatke. Listići kruže uokolo i učenik rješava prvi zadatak na prvom listiću, drugi zadatak na drugom listiću itd. Nakon riješenih zadataka, razrednom diskusijom, učenici dolaze do zaključka o svojstvu distributivnosti. Vremensko trajanje ove aktivnosti je 5 do 10 minuta. Nastavni listić 3.2.2.2. je primjer nastavnog listića za peteročlanu grupu učenika. S obzirom da je peteročlana grupa učenika, na listiću imamo pet zadataka. Pritom je crnom bojom označeno zadano, a ostalim bojama rješenja pojedinih učenika.

Nastavni listić 3.2.2.2. za strategiju *Kolo naokolo*

1.Tablicu popuni po stupcima, prema naznačenim koracima.							
a	b	c	$a + b$	$(a + b) \cdot c$	$a \cdot c$	$b \cdot c$	$ac + bc$
6	2	-3	$6 + 2 = 8$	$8 \cdot (-3) = -24$	$6 \cdot (-3) = -18$	$2 \cdot (-3) = -6$	$(-18) + (-6) = -24$
-2	3	-4	$(-2) + 3 = 1$	$1 \cdot (-4) = -4$	$(-2) \cdot (-4) = 8$	$3 \cdot (-4) = -12$	$8 + (-12) = -4$
4	0	3	$4 + 0 = 4$	$4 \cdot 3 = 12$	$4 \cdot 3 = 12$	$0 \cdot 3 = 0$	$12 + 0 = 12$
2	-5	3	$2 + (-5) = -3$	$(-3) \cdot 3 = -9$	$2 \cdot 3 = 6$	$(-5) \cdot 3 = -15$	$6 + (-15) = -9$
-4	-3	-6	$(-4) + (-3) = -7$	$(-7) \cdot (-6) = 42$	$(-4) \cdot (-6) = 24$	$(-3) \cdot (-6) = 18$	$24 + 18 = 42$

2. Raspravite u skupini! Usporedite peti stupac tablice sa zadnjim stupcem. Što uočavate?
Uočavamo da su dobiveni rezultati u ta dva stupca jednaki.

3. Pokušaj sam(a)! Zapiši simbolima uočeno svojstvo koje vrijedi za množenje i zbrajanje cijelih brojeva.

$$(a + b) \cdot c = ac + bc, \quad a, b \in \mathbf{Z}$$

Na kraju aktivnosti zapisujemo zaključak

$$(a + b) \cdot c = ac + bc, \quad a, b \in \mathbf{Z}$$

3.2.3. Analiza strategije

Kako ova strategija potiče učenje. Kolo naokolo je jedna od najčešće primjenjivanih strategija suradničkog učenja. Na zabavan način potiče učenike na rad. Potiče njihove misaone koncepte i sposobnosti povezivanja.

Kako ova strategija unapređuje nastavu. Koristi se za otkrivanje novih pojmova. Razbija monotoniju frontalne nastave. Razvija kod učenika osjećaj suradnje jer ovise jedni o drugima. Ova strategija daje trenutnu povratnu informaciju učeniku o njegovom proceduralnom znanju (vještine računanja) i učitelju o znanju i aktivnosti (produktivnoj dispoziciji) svih učenika u razredu.

Planiranje i upravljanje strategijom. Pri korištenju ove strategije treba voditi računa da svi učenici u grupi dobiju istovrsne zadatke. Svaki učenik rješava po jedan zadatak. Primjerice prvi zadatak na prvom listiću, drugi na drugom itd. Pritom svi zadaci moraju biti međusobno povezani tako da svaki sljedeći zadatak ovisi o prethodnom.

Moguće prilagodbe. Ova strategija može se izvoditi i usmeno kod ponavljanja sadržaja tako da jedan učenik kaže jednu riječ ili rečenicu, drugi se nadovezuje i tako u krug.

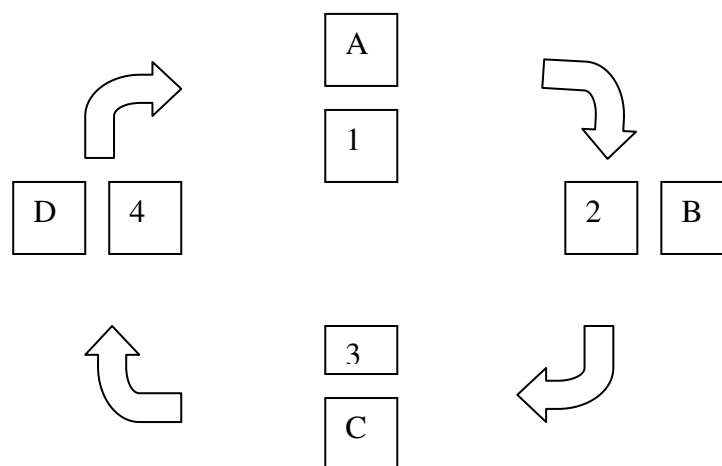
3.3. Strategija Koncentrični krugovi

Slijedi opis i analiza strategije *Koncentrični krugovi*.

3.3.1. Opis strategije

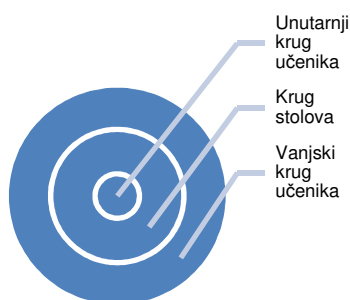
Razred se podijeli u dvije jednakobrojne skupine koje predstavljaju vanjski i unutrašnji krug. Članovi krugova su okrenuti jedan prema drugome i tako diskutiraju o problemu. Nakon nekoliko minuta vanjski se krug rotira te svaki učenik diskutira s novim učenikom (Steele, 2003). Ova strategija je kinestetički način za aktiviranje razmišljanja i usmjeravanje pažnje učenika na diskusiju. U razredu se klupe poslože u krug, stolice se odvoje postrani. Razred, uz pretpostavku da je paran broj učenika, se podijeli u dvije skupine s jednakim brojem učenika. Prva skupina čini unutrašnji krug i ulazi unutar kruga s klupama, a druga skupina čini vanjski krug i oni se postavljaju s vanjske strane kruga s klupama. Za matematiku je potrebno modificirati krugove na način da se dodaju i klupe jer je učenicima lakše zaključivati ako zapisuju, a da bi zapisivali potrebne su im klupe. Sada učenici stoje u parovima jedan

nasuprot drugoga, a između njih je klupa. Vanjski krug se rotira tako da za svaki zadatak član unutarnjeg kruga dobiva novog partnera iz vanjskog kruga. Učenicima postavljamo pitanja i dajemo vremena za razmišljanje i rješenje, a potom najavljujemo rotaciju nakon koje ide novo pitanje. Svako sljedeće pitanje učenik unutarnjeg kruga diskutira s novim partnerom iz vanjskog kruga. Učenici na svoje papire zapisuju odgovore za koje se dogovore sa partnerom, a pitanja im učitelj postavlja usmeno. Alternativa usmenom zadavanju zadataka je da zadatke pripremimo na nastavnim listićima koji ostaju kod onih učenika koji se ne rotiraju. Shematski prikaz strategije *Koncentrični krugovi* je sljedeći:



Slika 3.3.1.a) Shematski prikaz strategije *Koncentrični krugovi*

U danom shematskom prikazu, slova A, B, C i D prikazuju učenike vanjskog kruga, dok brojevi 1, 2, 3 i 4 prikazuju učenike unutarnjeg kruga. Slikom su prikazani početni parovi učenika. Potom se vanjski krug rotira. Nakon prve rotacije parovi su (1, D), (2, A), (3, B), (4, C). Nakon druge rotacije parovi učenika su (1, C), (2, D), (3, A), (4, B). Nakon treće rotacije imamo parove (1, B), (2, C), (3, D), (4, A). S obzirom da u matematici modificiramo strategiju na način da postavimo krug kluba između krugova učenika, imamo tri koncentrična kruga.



Slika 3.3.1.b) Strategija *Koncentrični krugovi*

3.3.2. Primjeri primjene strategije

Primjer 3.3.2.1. Strategiju *Koncentrični krugovi* pokazat ćemo na primjeru obrade pojma najmanji zajednički višekratnik. Ovaj primjer primjeren je učenicima petog razreda osnovne škole unutar nastavne cjeline *Djeljivost prirodnih brojeva*. Za ovu aktivnost potreban nam je papir i olovka. Predviđeno vrijeme trajanja ove aktivnosti je 10 – 15 minuta. Slika 3.3.2.1. prikazuje jedan primjer provođenja ove strategije. Pritom su crnom bojom označena učiteljeva pitanja, a plavom odgovori koje su učenici zapisali.

Ispišite redom prvih 10 višekratnika broja 6.

6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54 i 60.

Prva rotacija

Ispišite redom prvih 10 višekratnika broja 9.

9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81 i 90.

Druga rotacija

Ispišite zajedničke višekratnike brojeva 6 i 9 od gore navedenih.

Zajednički višekratnici su : 18, 36, 54.

Treća rotacija

Koji je najmanji zajednički višekratnik brojeva 6 i 9?

Najmanji zajednički višekratnik brojeva 6 i 9 je 18.

Četvrta rotacija

Što znači da je neki broj zajednički višekratnik dvaju brojeva?

Zajednički višekratnici dvaju brojeva su brojevi koji su istovremeno višekratnici i prvog i drugog broja.

Peta rotacija

Što je najmanji zajednički višekratnik dvaju brojeva?

Najmanji zajednički višekratnik je najmanji od svih zajedničkih višekratnika dvaju brojeva.

Slika 3.3.2.1. Tok aktivnosti *Koncentrični krugovi*

Na kraju aktivnosti zapisujemo zaključak o najmanjem zajedničkom višekratniku dvaju brojeva.

Najmanji zajednički višekratnik je najmanji od svih zajedničkih višekratnika dvaju brojeva.

Primjer 3.3.2.2. Drugi primjer za strategiju *Koncentrični krugovi* je primjer djeljivosti s 5. Primjer je primjeren učenicima petog razreda osnovne škole. Cilj ove aktivnosti je da učenici otkriju kako prepoznati brojeve djeljive s 5 bez računanja stoga je ova aktivnost predviđena za sat obrade djeljivosti prirodnih brojeva. Vrijeme trajanja ove aktivnosti je 10 do 15 minuta. Učenicima su potrebni papiri i olovka jer će pisanjem lakše izvesti zaključke. Kao i u prethodnom primjeru, aktivnost je zamišljena na način da se učenici podijele u dva koncentrična kruga, a između njih je krug sa klupama. Učitelj postavlja zadatke i pitanja, a učenici diskutiraju sa svojim trenutnim partnerom i zapisuju odgovore. Partneri se za svako pitanje izmjenjuju i na kraju se izvode zaključci koje zapisuju u bilježnicu. Slika 3.3.2.2. prikazuje tok ove aktivnosti na primjeru djeljivosti prirodnih brojeva s 5.

Zapišite prvih pet višekratnika broja 5.

5, 10, 15, 20, 25

Prva rotacija

Koji je njihov ostatak pri dijeljenju s 5?

Njihov ostatak pri dijeljenju s 5 je 0, tj. djeljivi su s 5.

Druga rotacija

Promotrite znamenke višekratnika broja 5 i uočite što im je zajedničko.

Posljednja znamenka svih napisanih višekratnika broja 5 je 0 ili 5.

Treća rotacija

Napišite još nekoliko višekratnika broja 5. Vrijedi li navedeno pravilo i za njih?

30, 35, 40, 45, 50. *Navedeno pravilo vrijedi i za njih.*

Četvrta rotacija

Zapišite uočeno pravilo koje vrijedi za višekratnike broja 5.

Ako je broj višekratnik broja 5, onda je njegova znamenka jedinica jednaka 0 ili 5.

Slika 3.3.2.2. Tok aktivnosti za strategiju *Koncentrični krugovi*

Peta rotacija

Jesu li brojevi 225, 3000, 23, 145, 231 djeljivi s 5? Zašto?

$225 : 5 = 45$ *djeljiv s 5 jer je ostatak pri dijeljenju s 5 jednak 0*

$3000 : 5 = 600$ *djeljiv s 5 jer je ostatak pri dijeljenju s 5 jednak 0*

$23 : 5 = 4$ i ostatak 3 *nije djeljiv s 5 jer je ostatak pri dijeljenju s 5 jednak 3*

$145 : 5 = 29$ *djeljiv s 5 jer je ostatak pri dijeljenju s 5 jednak 0*

$231 : 5 = 46$ i ostatak 1 *nije djeljiv s 5 jer je ostatak pri dijeljenju s 5 jednak 1*

Šesta rotacija

Što zaključujete, ako je znamenka jedinica nekog broja 0 ili 5 s kojim brojem je taj broj djeljiv ?

Ako je znamenka jedinica nekog broja 0 ili 5, taj broj je djeljiv s 5.

Slika 3.3.2.2. Tok aktivnosti za strategiju *Koncentrični krugovi* (nastavak)

Dobivene zaključke na kraju aktivnosti učenici zapisuju u bilježnicu.

Ako je broj višekratnik broja 5, onda je njegova znamenka jedinica jednaka 0 ili 5.

Ako je znamenka jedinica nekog broja jednaka 0 ili 5, onda je taj broj djeljiv s 5.

3.3.3. Analiza strategije

Kako ova strategija potiče učenje. Strategija koncentričnih krugova omogućuje učenicima da na zanimljiv način usvoje nove sadržaje. Samim načinom izvedbe potiče kod učenika zanimanje što dovodi i da boljeg rada učenika te usmjeravanja njihove koncentracije na slijed misli. Aktivira razmišljanje kod učenika o matematičkim idejama vezanim za temu. Kako razmjenjuju mišljenje sa partnerom iz drugog kruga dobiju nove informacije i ideje te mijenjaju ili nadopunjuju vlastite ideje.

Kako ova strategija unapređuje nastavu. Ova strategija može se koristiti za usvajanje novih sadržaja, ali i za ponavljanje već naučenih. Samim time što se učenici okupljaju u krugove i kreću se, potiče se njihov interes. Stručnjaci tvrde da je za učenike dobro da se povremeno ustanu u razredu i da naprave neku fizičku aktivnost. Ovom strategijom se to uspješno kombinira s usvajanjem novih sadržaja. Ova strategija učiteljima omogućuje brzu

vizualnu provjeru učeničkog razumijevanja promatrajući i slušajući njihove diskusije (Keeley, Tobey, 2011)

Planiranje i upravljanje strategijom. Učenike je potrebno podijeliti u dva koncentrična kruga. Za matematiku je dobro da učenici imaju na čemu pisati, u nekom drugom predmetu može se izvoditi i samo usmeno. Pretpostavka ove strategije je da u razredu ima paran broj učenika. Potrebno je pratiti diskusiju između učenika te njihovo obrazlaganje rješenja te postaviti vremensko ograničenje za svaki zadatak, ali pritom ostaviti i 10 sekundi vremena da učenici razmisle individualno o postavljenom problemu.

Moguće prilagodbe. Za matematiku potrebno osigurati učenicima da imaju na čemu pisati te se tako između dva koncentrična kruga postavi krug sa klupama, dok se stolice ostave sa strane. Ukoliko su učenici mlađe dobi, potrebno je smanjiti broj zadataka ili pitanja tj. rotacija vanjskog kruga.

3.4. Strategija Oluja ideja

Sljedeća strategija koju analiziramo je strategija *Oluja ideja*.

3.4.1. Opis strategije

Oluja ideja je metoda kod koje se nabrajaju i zapisuju rješenja nekog problema. Stvara se velik broj ideja. Prijedlozi učenika se ne kritiziraju i ne odbacuju, već grupa sastavlja listu spontano nastalih ideja. Ova metoda se temelji na tome da ideje jednog učenika potiču ideje drugog te da svaki pojedinac drugačije pristupa problemu. Na kraju se bira najkreativnija ideja (Steele, 2003). Skupna metoda stvaranja velikog broja ideja u kojoj skupina iz velikog broja ideja raščlambom i odbacivanjem neprikladnih dolazi do najboljeg rješenja za neki problem (Čudina – Obradović, Težak, 1995). U matematici, oluja ideja se primjenjuje za otkrivanje novih koncepata.

3.4.2. Primjeri primjene strategije

Primjer 3.4.2.1. Prvi primjer za strategiju *Oluja ideja* je uvođenje negativnih cijelih brojeva u šestom razredu osnovne škole. Dakle, radi se o satu obrade. Učenicima u razredu pokažemo sliku s negativnim brojem te nakon toga oni iznose svoje ideje gdje su već vidjeli nešto slično. Okvirno vrijeme trajanja ove aktivnosti je 3 – 5 minuta. Od materijala potrebna nam je slika negativnog broja. Učenici svoje ideje iznose usmeno. Slika 3.4.2.1. pokazuje tijek ove aktivnosti na danom primjeru.

Promotrite sliku. Koje ideje vam padaju na pamet vezane uz sliku? Gdje ste vidjeli nešto slično?

-1, -5, -8

Učenici:

- *vrijednost temperature na termometru i u vremenskoj prognozi*
- *u liftu vrijednost kad se spuštamo u podzemnu garažu*
- *temperatura ispod nule*
- *dubina*
- *vrijednosti ispod razine mora*
- *kada su sniženja u trgovinama vidimo taj minus*
- *kada imamo dug u banci onda smo u minusu*
- *hladnoća (kada smo u minusu s temperaturom, tada nam je hladno)*
- *gol - razlika*

Slika 3.4.2.1. za strategiju *Oluja ideja*

Nakon učeničke oluje ideja, učitelj može pokazati slike vezane uz temu, kao na primjer:



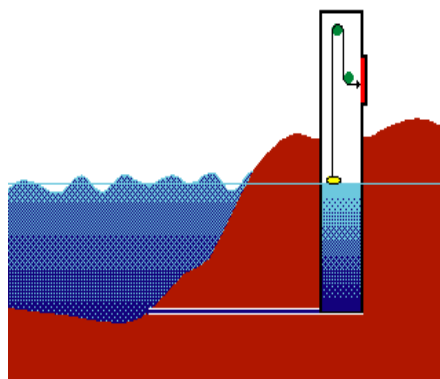
Slika 3.4.2.1.a) Temperatura ispod nule



Slika 3.4.2.1.b) Dug u banci⁵

Pol.	Sk.	Momčad	Uta.	Pob.	Izj.	Por.	PoG	PrG	GR	Bod.
1.	B	 Slovačka	3	1	1	1	3	3	0	4
2.	E	 Irska	3	1	1	1	2	4	-2	4
3.	C	 Sjeverna Irska	3	1	0	2	2	2	0	3
4.	F	 Portugal	3	0	3	0	4	4	0	3
6.	A	 Albanija	3	1	0	2	1	3	-2	3
5.	D	 Turska	3	1	0	2	2	4	-2	3

Slika 3.4.2.1.c) Gol - razlika



Slika 3.4.2.1.d) Vrijednosti ispod razine mora

⁵ Sve slike preuzete s <https://www.google.hr/search?>

Primjer 3.4.2.2. Sljedeći primjer za strategiju *Oluja ideja* je uvođenje pojma postotak u sedmom razredu osnovne škole. Učenicima pokažemo sliku znaka za postotak i tražimo da iznesu svoje ideje gdje su to već vidjeli. Okvirno vrijeme trajanja ove aktivnosti je 3 do 5 minuta. Potreban materijal je slika sa znakom postotka i papir na koji učenici, u grupi od po četiri do pet učenika, zapisuju svoje ideje. Cilj ove aktivnosti je osvijestiti kod učenika gdje su vidjeli postotak u svakodnevnom životu te potaknuti motivaciju za usvajanjem pojma postotka i ujedno prikaz svrhovitosti postotka u svakodnevnom životu. Slika 3.4.2.2. pokazuje primjer ideja jedne grupe učenika.

Promotrite sliku. Koje ideje vam padaju na pamet vezane uz sliku? Gdje ste vidjeli nešto slično?



%

Učenici:

- *sniženje cijena u trgovinama*
- *poskupljenje proizvoda*
- *podaci o sastavu stanovništva*
- *udio pojedinih sastojaka u proizvodu*
- *posjed lopte na utakmici*
- *gledanost omiljenih televizijskih emisija*
- *koliko je puna baterija na mobitelu*
- *riješenost ispita*

Slika 3.4.2.2. za strategiju *Oluja ideja*

Nakon učeničke oluje ideja, učitelj može pokazati slike vezane uz temu, kao na primjer:



Slika 3.4.2.2.a) Sastav stanovništva



Slika 3.4.2.2.b) Sniženje cijena u trgovinama⁶

3.4.3. Analiza strategije

Kako ova strategija potiče učenje. Strategija *Oluja ideja* korisna je za pronalaženje rješenja problema stvaranjem velikog broja ideja. Daje mogućnost kritičkog mišljenja. Motivira učenike da slobodno izraze svoje misli o temi jer nema pravih i krivih odgovora i sve ideje se uvažavaju. Motivira učenike za rad jer ideja rađa ideju. Spajaju se različita znanja i iskustva.

Kako ova strategija unapređuje nastavu. Tijekom primjene ove strategije učenici povezuju nove činjenice s prethodnim znanjem. Usredotočuju se na temu. Ova strategija uči učenike prihvaćanju i poštovanju individualnih razlika. Ohrabruje učenike u preuzimanju rizika u dijeljenju ideja i mišljenja. Potiče sve učenike na sudjelovanje. Pokazuje učenicima da je njihovo mišljenje bitno te da ga drugi uvažavaju.

⁶ Slike preuzete s <https://www.google.hr/search?>

Planiranje i upravljanje strategijom. Ova strategija se primjenjuje kada želimo učenike potaknuti na razmišljanje o temi te stvaranje velikog broja ideja o temi. Uvod može biti pitanje ili matematički problem. Ideje učenika se ne kritiziraju i na kraju se sve sakupe na papir ili ploču. Potom se bira najbolja ideja. Učenici trebaju slušati jedan drugoga jer ideja jednog učenika može potaknuti ideju kod drugog učenika. Jednako tako ne želimo da se ideje ponavljaju. Učitelji koordiniraju i nadziru provođenje strategije bez davanja komentara i evaluacije. Treba postaviti vremensko ograničenje te na kraju učitelj s učenicima sakupi i diskutira sve ideje. Ova strategija je laka za provesti i brza za organizirati.

Moguće prilagodbe. Strategija *Oluja ideja* može se provoditi individualno, u paru, u grupi. Može se napraviti metoda pite, tj. krug koji se podijeli na četiri jednaka dijela i svaki od tih dijelova predstavlja pod temu. Učenici za svaku pod temu kreiraju ideje. Također, može se organizirati pomoću kartica. Učenik napiše ideju na karticu i proslijedi učeniku desno koji pročitava, nadopuni i šalje dalje.

Napomena. Pitanje je potrebno jasno postaviti i biti siguran da svi razumiju te postaviti pravila da svatko mora sudjelovati, nema vrednovanja ideja dok se sve ne skupe, treba zabilježiti svaki odgovor, postaviti vremensko ograničenje te uspostaviti toplu podržavajuću okolinu.

3.5. Strategija Mentalna mapa

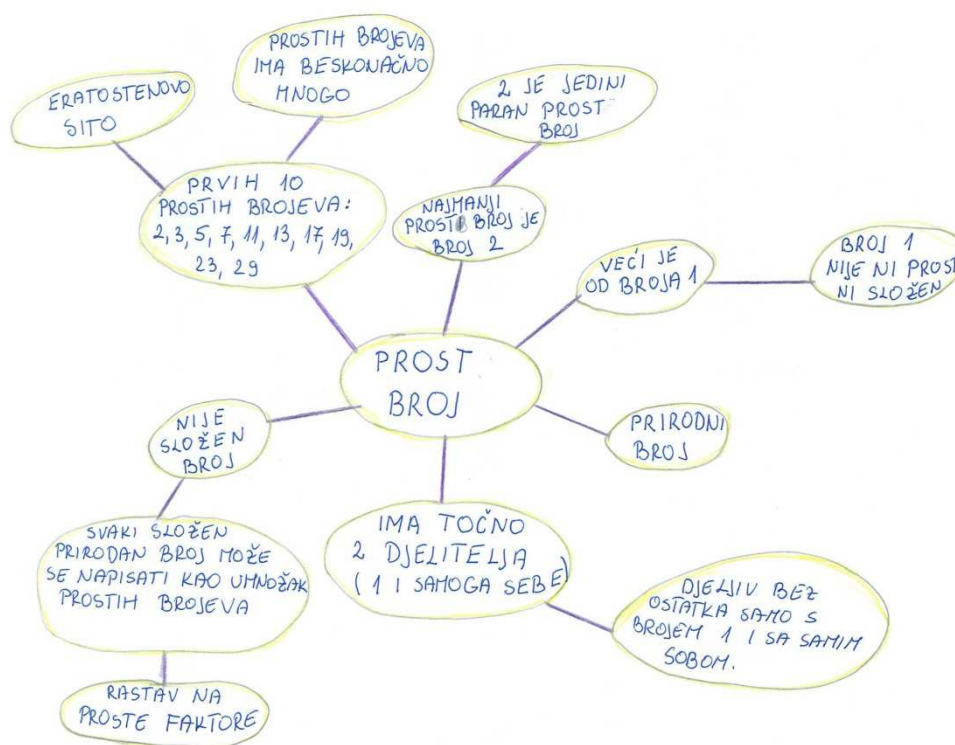
U nastavku opisujemo strategiju koja se uglavnom koristi za usustavljivanje sadržaja, a to je strategija *Mentalna mapa*.

3.5.1. Opis strategije

Mentalna mapa koristi se za vizualni prikaz informacija i stečenog znanja. To je snažna grafička tehnika koja prenosi ono što je u mozgu u vizualnu sliku. Omogućuje lako sortiranje raznih detalja te uspostavu odnosa među tim detaljima. Ova strategija suradničkog učenja služi za ponavljanje i usustavljivanje već naučenih sadržaja. Pomaže učenicima da si organiziraju stečeno znanje te da si olakšaju zapamćivanje grafičkim prikazima. Pojam *mentalna mapa* pojavljuje se već kod J. Piageta, začetnika teorije kognitivizma koji je smatrao da dijete tijekom razvoja izgrađuje posebne kognitivne strukture, tj. *mentalne mape* pomoću kojih razumije i reagira na svoja iskustva iz okoline.

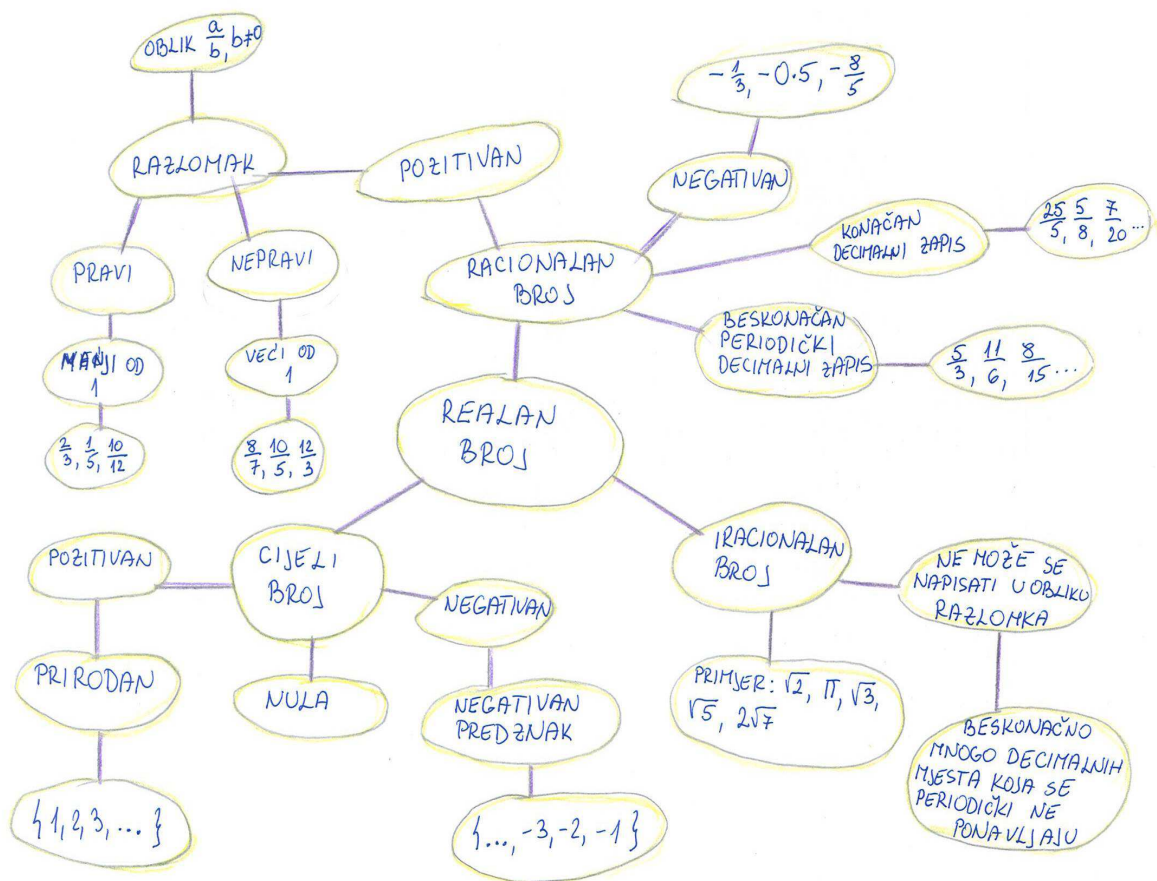
3.5.2. Primjeri primjene strategije

Primjer 3.5.2.1. Strategiju *Mentalna mapa* objasniti ćemo na primjeru usustavljivanja sadržaja prilikom ponavljanja prostih brojeva u petom razredu osnovne škole. Okvirno vrijeme trajanja ove aktivnosti je 10 – 15 minuta. Potreban nam je papir, olovka i bojice ukoliko učenici žele bojama naglasiti najvažnije pojmove i njihove odnose. Učenici, na satu ponavljanja, trebaju napraviti mentalnu mapu sa činjenicama koje su naučili o prostom broju. Učenici pritom rade u grupama od po 4 – 5 učenika. Svaki član grupe aktivno sudjeluje i crta mapu. Učitelj obilazi razred i prati da svi učenici sudjeluju te prati njihove diskusije. U središte mape, učenici, stavljaju pojam prosti broj te potom iznose i povezuju činjenice koje znaju o prostom broju. Slika 3.5.2.1. prikazuje jedno od mogućih rješenja mentalne mape za prost broj koje su napravili učenici.



Slika 3.5.2.1. Mentalna mapa prost broj

Primjer 3.5.2.2. Strategiju *Mentalna mapa* pokazat ćemo i na primjeru realnog broja u osmom razredu osnovne škole. Učenici na ovom primjeru usustavljaju svoje znanje vezano za realne brojeve. Učenicima su potrebni papiri i olovka. Vrijeme trajanja ove aktivnosti je 10 do 15 minuta. Učenici crtaju mentalnu mapu u grupama od po 4 do 5 učenika, a za to vrijeme učitelj prati obilazi i prati grupe te njihove diskusije. Kroz razgranatost mentalne mape učitelj ima brzi uvid u učeničko znanje o danom pojmu. Jedan primjer mentalne mape za realan broj prikazuje slika 3.5.2.2.



Slika 3.5.2.2. Mentalna mapa realan broj

3.5.3. Analiza strategije

Kako ova strategija potiče učenje. Ova strategija razvija kod učenika kreativno i na prvom mjestu refleksivno mišljenje te im pomaže da budu produktivniji i ekonomičniji. Potpomaže pamćenje i razumijevanje. Omogućuje slobodu razmišljanja i stvaranja ideja. Pomaže otkriti neke nove odnose među idejama i sadržajima koji se nisu činili povezani. Čini učenje zanimljivijim pa su stoga učenici bolje motivirani.

Kako ova strategija unapređuje nastavu. Pomoću ove strategije lako je organizirati sve bitne detalje vezane uz temu na jednome mjestu. Učenicima je lakše zapamtiti vizualni prikaz, nego da čitaju rečenice ili zadatke. Brzo se stvaraju kreativne i jedinstvene ideje te se oslobađaju učenički potencijali. Učitelji imaju uvid u učeničko razmišljanje i odnose koje stvaraju među pojmovima te shodno tomu planiraju daljnju nastavu.

Planiranje i upravljanje strategijom. Ova strategija se primjenjuje tako da se pravi grafički prikaz važnih detalja vezanih uz neku temu i uspostavljaju odnosi među njima. Ključni pojam se stavlja u središte te potom učenici navode ostale stavke vezane uz taj pojam te stvaraju logičku razgranatost. Učenicima je potrebno ostaviti vremena da prvo samostalno razmisle o pojmu, a potom u grupi diskutiraju i naprave svoju mapu. Potom grupa predstavlja mapu pred razredom i pojašnjava međusobne odnose. Kako su u mentalnoj mapi samo pojmovi, kako bi se ona shvatila, treba biti aktivni sudionik u njenom stvaranju jer za one koji su promatrači sa strane može biti teško shvatiti kompletni smisao.

Moguće prilagodbe. Za učenike mlađe dobi mentalna mapa se može raditi korištenjem boja i slika kako bi im učenje bilo što zanimljivije.

Napomena. Mentalna mapa može biti teška za one učenike koji razmišljaju veoma logički. Pri stvaranju mentalne mape trebaju se osloboditi ideje te slijediti intuiciju. Ljudi koji logički razmišljaju teško vjeruju intuiciji jer im logika govori da to nije moguće.

3.6. Strategija Stvaranje konceptualnih mapa pomoću kartica

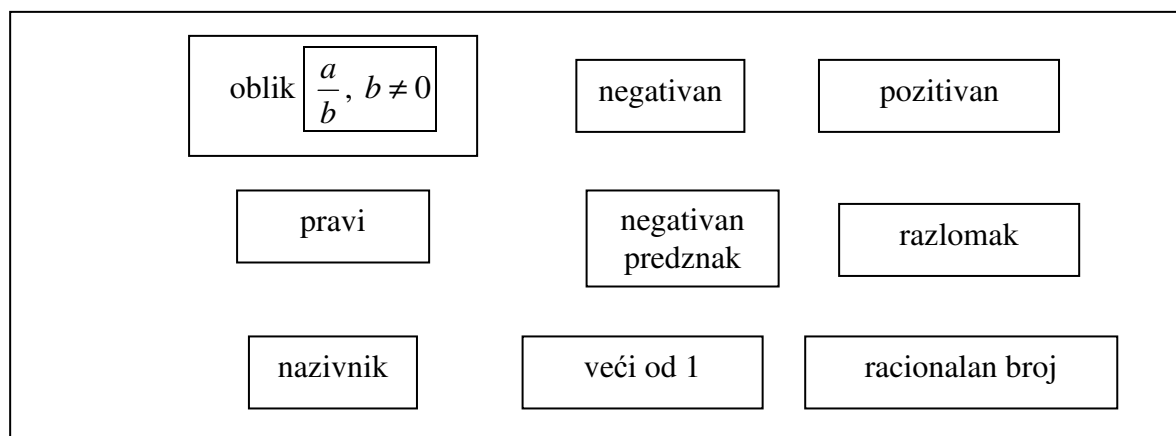
Strategija *Stvaranje konceptualnih mapa pomoću kartica* nalikuje na već opisanu strategiju stvaranja *Mentalnih mapa* s razlikom da za ovu strategiju učenici dobiju kartice koje trebaju povezati u konceptualnu mapu. Upravo zbog toga se ova strategija primjenjuje pri obradi i otkrivanju stoga ju opišimo.

3.6.1. Opis strategije

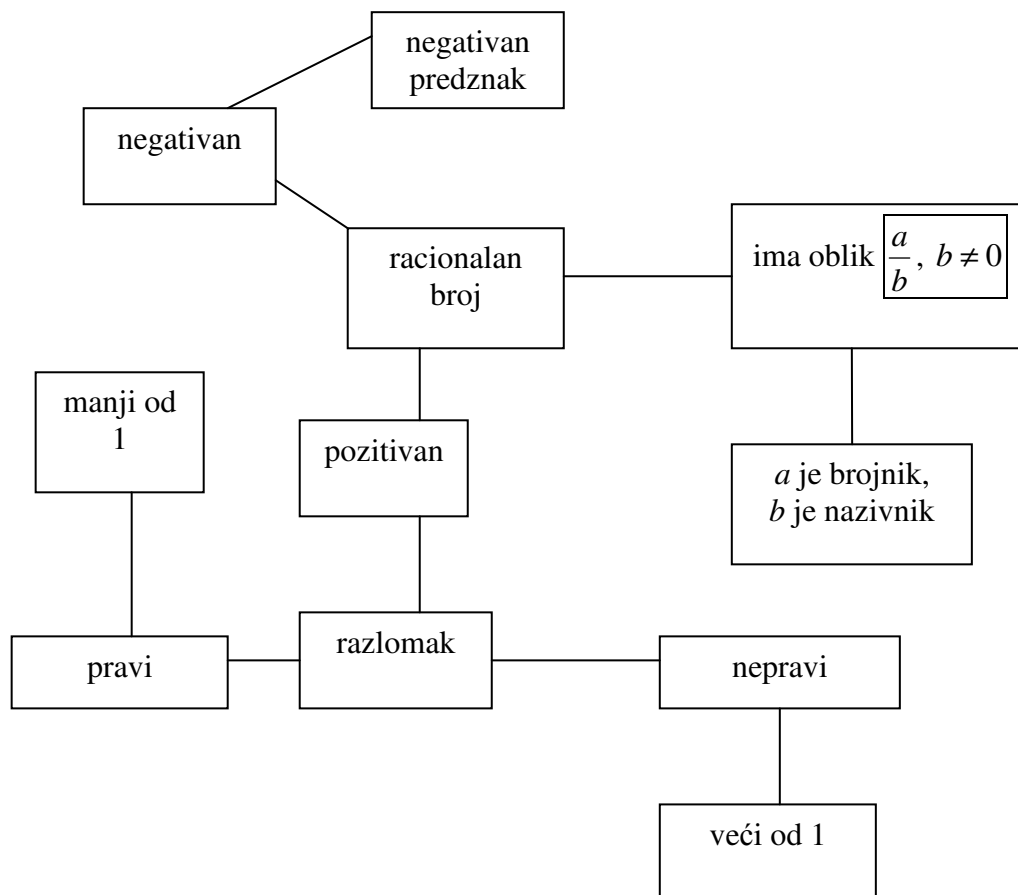
Strategija *Stvaranje konceptualnih mapa pomoću kartica* je varijacija slične strategije *Stvaranje konceptualnih mapa*. Umjesto da stvaraju svoje vlastite koncepte, učenici dobiju kartice sa već napisanim konceptima. Učenici imaju zadatak pomicati kartice uokolo i stvoriti povezanu mrežu znanja. Stvaraju poveznice između koncepata koje opisuju odnose među konceptima. Pomicanje kartica pruža učenicima šansu da istražuju i razmišljaju o različitim vezama (Keeley, Tobey, 2011)

3.6.2. Primjeri primjene strategije

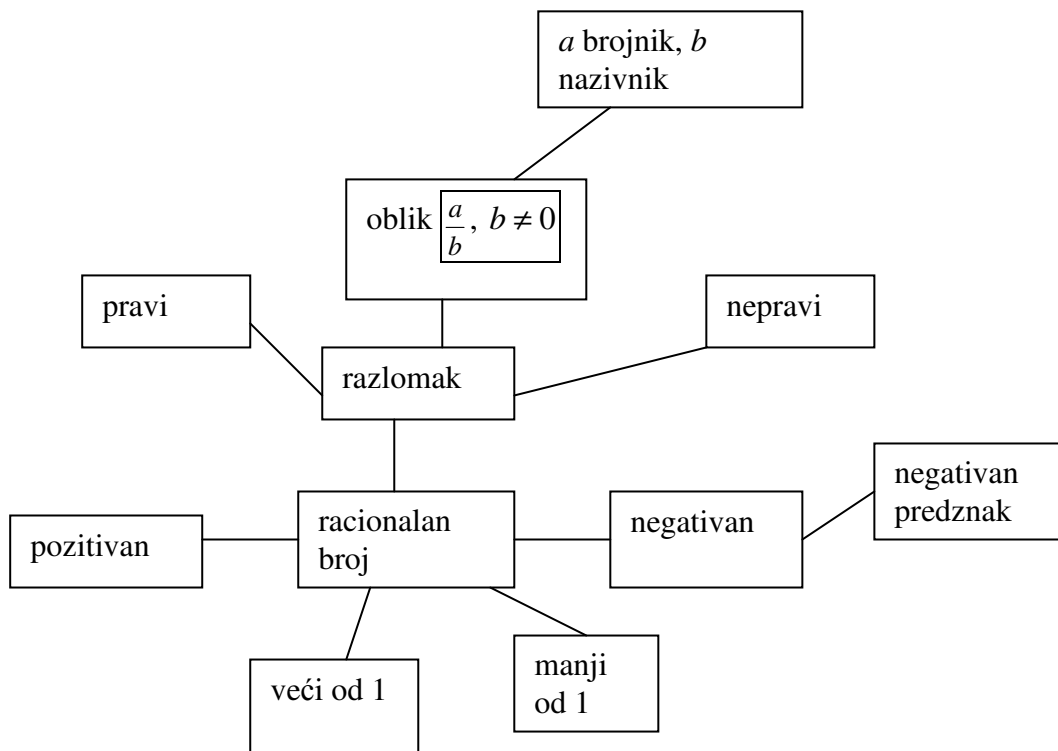
Primjer 3.6.2.1. Dani primjer opisuje stvaranje konceptualne mape pomoću dobivenih kartica primjereno 6. razredu osnovne škole na temu racionalan broj. Učenici imaju zadatak napraviti konceptualnu mapu iz danih kartica i na taj način otkriti pojam racionalnog broja. Za ovu aktivnost je potrebno 10 do 15 minuta. Učitelji trebaju pripremiti kartice za učenike sa činjenicama o racionalnom broju. Učenicima su potrebne kartice i papir za crtanje konceptualne mape. Učenici rade u grupama od po četiri do pet učenika, diskutiraju i povezuju kartice te nakon što ih poslože crtaju svoju grupnu mapu koju kasnije svaka grupa prezentira pred razredom. Na razini razreda mogu se dogoditi različite mape jer učenici mogu na različite načine povezati kartice pritom je potrebno naglasiti učenicima da ne moraju iskoristiti sve kartice. Slika 3.6.2.1.a) prikazuje zadane kartice za dani primjer, dok slike 3.6.2.1.b) i 3.6.2.1.c) prikazuju primjere učeničkih mapa stvorenih pomoću tih kartica.



Slika 3.6.2.1.a) za strategiju *Stvaranje konceptualnih mapa pomoću kartica*

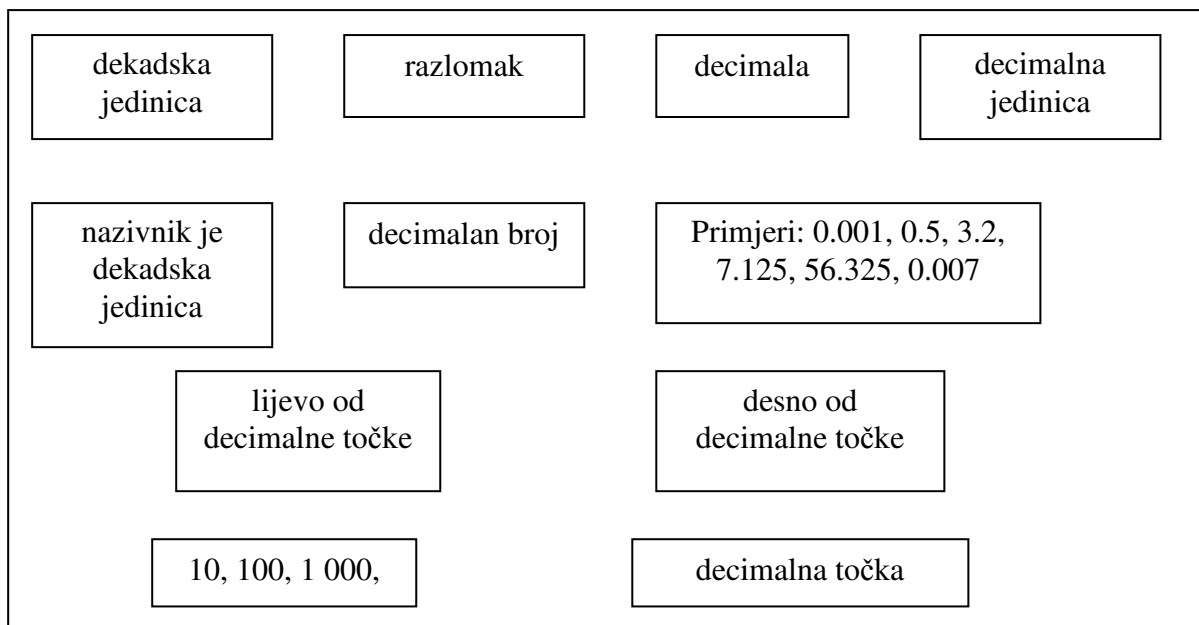


Slika 3.6.2.1.b) za strategiju *Stvaranje konceptualnih mapa pomoću kartica*

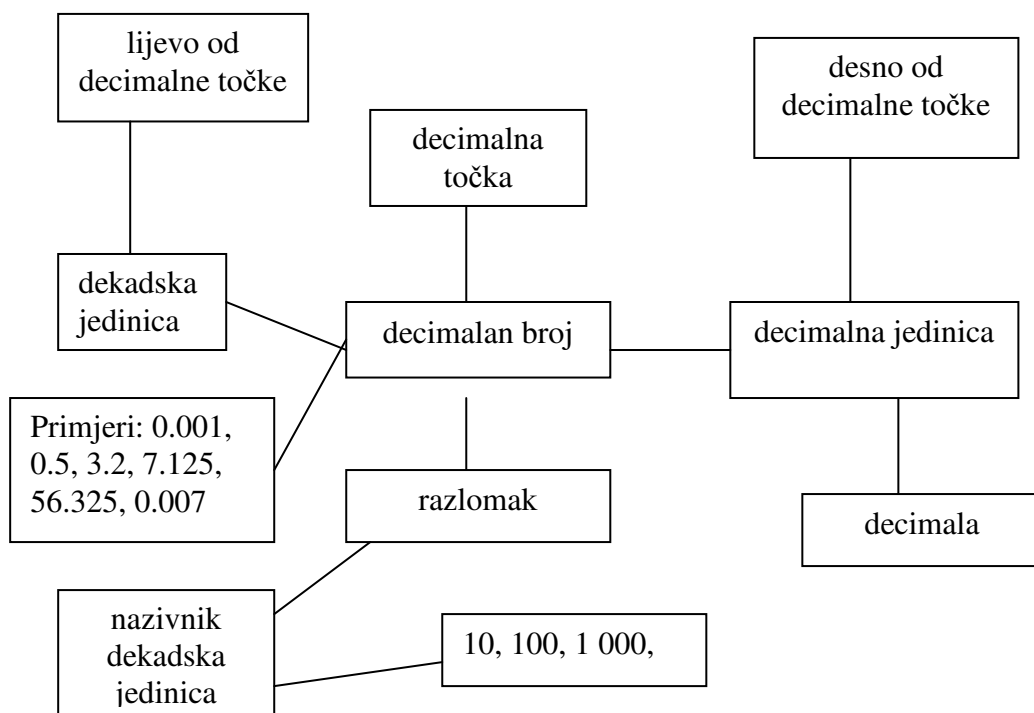


Slika 3.6.2.1.c) za strategiju *Stvaranje konceptualnih mapa pomoću kartica*

Primjer 3.6.2.2. Drugi primjer za strategiju *Stvaranje konceptualnih mapa pomoću kartica* je primjer primjeren učenicima petog razreda osnovne škole prilikom otkrivanja pojma *decimalan broj*. Za učenike su potrebne kartice koje oni u grupi trebaju posložiti, tj. povezati ih u konceptualnu mapu. Trajanje ove aktivnosti je 10 do 15 minuta. Slika 3.6.2.a) prikazuje dane kartice koje treba povezati, a slika 3.6.2.b) prikazuje jedno od rješenja.



Slika 3.6.2.a) za strategiju *Stvaranje konceptualnih mapa pomoću kartica*



Slika 3.6.2.b) za strategiju *Stvaranje konceptualnih mapa pomoću kartica*

3.6.3. Analiza strategije

Kako ova strategija potiče učenje. Ova strategija pruža mogućnost učenicima da aktiviraju prethodno znanje, razmišljaju o međusobnim odnosima sličnih koncepata te da naprave vizualni prikaz njihove vlastite mreže znanja. Kada učenici kreiraju mape u grupama otvara se mogućnost za diskusiju. U procesu istraživanja vlastitih i tuđih ideja na koji način urediti kartice, učenici koriste informacije i svoje znanje za povezivanje koncepata i terminologije (Keeley, Tobey, 2011)

Kako ova strategija unapređuje nastavu. Učitelji koriste ovu strategiju za opisivanje prije poučavanja ili za prikupljanje informacija o tome kako učenici povezuju niz koncepata sa terminologijom. Poveznice koje učenici naprave daje učiteljima uvid u njihovo dublje razmišljanje. Učitelji mogu koristiti mape za pitanja koja potiču dublje razumijevanje učenika. Kod učenika koji rade u grupi, ova strategija potiče diskusiju i različite poveznice. Navedena strategija može se koristiti i na kraju sata te se može usporediti sa početnom mapom ima li promjena u povezivanju koncepata (Keeley, Tobey, 2011)

Planiranje i upravljanje strategijom. Kako bi ova strategija imala svrhu, koncept mora biti jednostavno definiran primjerice jednostavan mentalni konstrukt ili kratka fraza koja prikazuje ili kategorizira matematičku ideju kao što su četverokut, racionalan broj ili površina kruga. Potrebno je izabrati koncepte vezane uz temu poučavanja i smjestiti ih u pravokutnike koje će učenici izrezati sa lista papira te ih poslagivati i povezivati. Ova strategija može se primijeniti individualno, u paru ili u maloj grupi. Kada se radi u grupi, učenici prvo moraju individualno uspostaviti poveznice te ih potom razmijeniti sa grupom. Grupa se dogovara koja mapa najbolje predstavlja njihove poveznice i tu mapu predstavljaju ostalima (Keeley, Tobey, 2011)

Moguće prilagodbe. Ukoliko imamo mlađe učenike, kombiniramo slike sa riječima. Možemo uključiti nekoliko praznih kartica da učenici sami upišu koncepte koji nedostaju. Koristite ovu strategiju prije i poslije poučavanja. Dajte učenicima priliku da kada imaju dublje konceptualno i proceduralno znanje pogledaju svoje početne karte i poprave ono što im je bilo netočno (Keeley, Tobey, 2011)

Napomena. Ovisno o prirodi koncepata i broju kartica ova strategija će biti različito kognitivno zahtjevna. Potrebno je izabrati razinu kompleksnosti koja odgovara učenicima (Keeley, Tobey, 2011)

3.7. Strategija Grupna slagalica

U nastavku opisujemo strategiju *Grupna slagalica* koja je također često primjenjivana strategija suradničkog učenja.

3.7.1. Opis strategije

Grupna slagalica je strategija suradničkog učenja u kojoj se tematsko područje podijeli na jednake dijelove za svakog člana grupe. Prvo individualno svatko rješava svoj zadatak. Nakon toga učenici raznih grupa sa istim zadatkom okupljaju se u takozvanoj „grupi stručnjaka“ kako bi raspravili ako im nešto nije jasno te dogovorili koje su to najvažnije informacije koje moraju prenijeti ostalima te kako ih prenijeti. Potom se stručnjaci vraćaju u svoje početne grupe i poučavaju ostale (Bruning, Saum, 2008). Dakle, strategiju primjenjujemo tako da učenike podijelimo u grupe. Prvo svaki učenik rješava individualno svoje zadatke, potom se okupe u grupi učenici s istim zadacima te rješavaju listić za diskusiju. Nakon toga sa svojim zaključcima se vraćaju u prvobitne grupe gdje izvještavaju ostale o svojim rezultatima. Za ovu aktivnost potrebno je pripremiti nastavne listiće i to za svakog učenika u grupi po jedan nastavni listić za samostalni rad te nastavni listić za diskusiju u grupi „stručnjaka“ tj. učenika koji imaju iste zadatke iz početnih grupa. Nakon što učenici u grupi stručnjaka diskutiraju i riješe zajednički listić, vraćaju se u prvobitne grupe kako bi izvijestili ostale članove grupe o svojim zapažanjima.

3.7.2. Primjeri primjene strategije

Primjer 3.7.2.1. Primjer, na kojem ćemo pokazati strategiju *Grupna slagalica*, vezan je uz decimalni zapis pozitivnih racionalnih brojeva. Ovaj primjer, primjeren je učenicima osmog razreda osnovne škole. Aktivnost izvodimo na način da učenike podijelimo u četveročlane grupe. Nastavni listići 3.7.2.1.a), 3.7.2.1.b), 3.7.2.1.c) i 3.7.2.1.d) su primjeri listića za samostalan rad učenika, dok je nastavni listić 3.7.2.1.e) za diskusiju. Svaka grupa dobije ova četiri listića. Svaki učenik u grupi po jedan listić. Trajanje ove aktivnosti je 15 do 20 minuta.

Nastavni listić 3.7.2.1.a) za strategiju *Grupna slagalica*

Zapiši razlomke u decimalnom obliku:

$$\frac{25}{5} = 25:5 = 5$$

$$\frac{5}{8} = 5:8 = 0.625$$

$$\frac{5}{3} = 5:3 = 1.6666\dots$$

50

20

20

20

40

20

0

2

Nastavni listić 3.7.2.1.b) za strategiju *Grupna slagalica*

Zapiši razlomke u decimalnom obliku

$$\frac{6}{3} = 6:3 = 2$$

$$\frac{26}{50} = 26:50 = 0.52$$

$$\frac{14}{3} = 14:3 = 4.666\dots$$

260

20

100

20

0

2

Nastavni listić 3.7.2.1.c) za strategiju *Grupna slagalica*

Zapiši razlomke u decimalnom obliku

$$\frac{16}{4} = 16:4 = 4$$

$$\frac{23}{2} = 23:2 = 11.5$$

$$\frac{4}{9} = 4:9 = 0.444\dots$$

70

40

100

40

0

4

Nastavni listić 3.7.2.1.d) za strategiju *Grupna slagalica*

Zapiši razlomke u decimalnom obliku

$$\frac{75}{25} = 75:25 = 3$$

$$\frac{23}{2} = 23:2 = 11.5$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{13}{6} = 13:6 = 2.1666\dots$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 40 \\ 40 \\ 4 \end{array}$$

Nakon individualnog rješavanja, učenici početnih grupa odlaze u grupu stručnjaka tj. grupu u kojoj se okupljaju učenici različitih početnih grupa koji su rješavali nastavne listiće s jednakim zadacima i rješavaju nastavni listić 3.7.2.1. e) za diskusiju.

Nastavni listić 3.7.2.1.e) za strategiju *Grupna slagalica*

U skupini stručnjaka usporedite rješenja, zajednički prodiskutirajte i odgovorite na pitanja.

1. Razvrstajte svoje brojeve u tri grupe s obzirom na decimalne zapise koje ste dobili.

1. grupa brojeva

$$\frac{25}{5}$$

$$\frac{6}{3}$$

$$\frac{16}{4}$$

$$\frac{75}{25}$$

2. grupa brojeva

$$\frac{5}{8}$$

$$\frac{26}{50}$$

$$\frac{7}{20}$$

$$\frac{23}{2}$$

3. grupa brojeva

$$\frac{5}{3}$$

$$\frac{14}{3}$$

$$\frac{4}{9}$$

$$\frac{13}{6}$$

Nastavni listić 3.7.2.1.e) za strategiju *Grupna slagalica* (nastavak)

2. Kakve brojeve ste stavili u prvu grupu?

One brojeve kod kojih smo pri dijeljenju brojnika nazivnikom kao rezultat dobili cijeli broj, a ostatak pri dijeljenju je 0.

3. Kakve brojeve ste stavili u drugu grupu?

One brojeve kod kojih smo pri dijeljenju brojnika nazivnikom kao rezultat dobili decimalni broj, a u nekom koraku dijeljenja dobili smo ostatak 0.

4. Kakve brojeve ste stavili u treću grupu?

One brojeve kod kojih dijeljenje brojnika nazivnikom nije nikad prestalo te se određeni ostatci ponavljaju i nikad ne dobijemo ostatak 0. Rezultat je beskonačni decimalni zapis.

Nakon što učenici riješe nastavni listić za diskusiju, vraćaju se u svoje početne grupe i izvještavaju ostale o tome što su naučili. Potom slijedi razredna diskusija i zapisivanje zaključka u bilježnicu.

N: Kako možemo zapisati pozitivne racionalne brojeve u decimalnom zapisu?

U: Pozitivne racionalne brojeve možemo zapisati kao prirodne brojeve, decimalne brojeve i decimalne brojeve s beskonačnim brojem decimala.

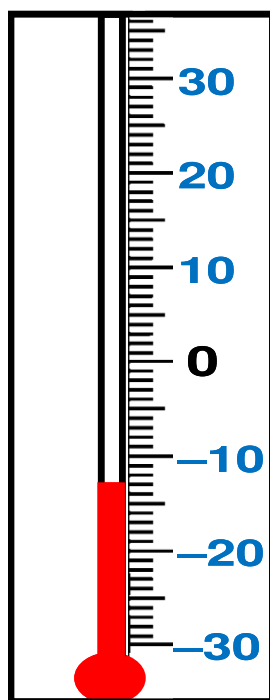
N: Kako biste nazvali decimalne zapise pozitivnih racionalnih brojeva koji imaju decimalni dio koji nije konačan?

U: Brojevi s beskonačnim decimalnim zapisom.

N: Zaključimo, kako dijelimo pozitivne racionalne brojeve s obzirom na decimalni zapis?

U: Pozitivne racionalne brojeve s obzirom na decimalni zapis dijelimo na prirodne brojeve, decimalne brojeve s konačnim decimalnim zapisom i decimalne brojeve s beskonačnim decimalnim zapisom.

Primjer 3.7.2.2. Strategiju *Grupna slagalice* pokazat ćemo na još jednom primjeru. Sljedeći primjer je zbrajanje pozitivnih i negativnih cijelih brojeva u šestom razredu osnovne škole u sklopu nastavne jedinice *Zbrajanje cijelih brojeva*. Učenike je potrebno podijeliti u grupe od po četiri do pet učenika. Za svakog učenika iz grupe potrebno je napraviti nastavni listić koji učenici samostalno rješavaju. Potom se učenici okupe u grupi stručnjaka kako bi diskutirali o rješenjima te donijeli zaključke i nakon toga se vraćaju u početne grupe. Aktivnost izvodimo na jednak način kao u prethodnom primjeru. Vremensko trajanje ove aktivnosti je 10 do 15 minuta. Kroz aktivnost u ovom primjeru, učenici trebaju zaključiti kako zbrajamo cijele brojeve različitih predznaka na modelu termometra koji je učenicima poznat iz svakodnevnog života. Kao prilog učenicima se podijeli označeni papirnati termometar kako bi lakše zaključivali. Nastavni listići 3.7.2.2.a), 3.7.2.2.b), 3.7.2.2.c), 3.7.2.2.d) i 3.7.2.2.e) su primjeri listića podijeljenih u grupama. Učenicima podijelimo model termometra kao pomoć u rješavanju zadataka s nastavnih listića.



Slika 4.7.2.2. Model termometra

Nastavni listić 3.7.2.2.a) za strategiju *Grupna slagalica*

Izračunaj.

1. Ana se ujutro sprema za školu. Kako bi znala što obući, na termometru je pogledala vanjsku temperaturu zraka i ustanovila da je ona -5°C . Kada se nakon škole vratila kući uočila je da se u međuvremenu temperatura podigla za 8°C . Koliku je temperaturu tada očitala Ana?

Ujutro: -5°C

Poslije škole: $-5^{\circ}\text{C} + 8^{\circ}\text{C} = 3^{\circ}\text{C}$

Matematički zapis: $(-5) + 8 = 3$

2. Ujutro je temperatura u Zagrebu bila -3°C . Tijekom dana temperatura se podigla za 2°C . Kolika je bila dnevna temperatura?

Ujutro: -3°C

Tokom dana: $-3^{\circ}\text{C} + 2^{\circ}\text{C} = -1^{\circ}\text{C}$

Matematički zapis: $(-3) + 2 = -1$

Nastavni listić 3.7.2.2.b) za strategiju *Grupna slagalica*

Izračunaj.

1. Tanja je ujutro očitala vanjsku temperaturu na termometru i ona je iznosila -2°C . Kada se popodne vratila iz grada ponovo je pogledala na termometar i uočila da se temperatura podigla za 3°C . Koliku temperaturu je tada očitala Tanja?

Ujutro: -2°C

Popodne: $-2^{\circ}\text{C} + 3^{\circ}\text{C} = 1^{\circ}\text{C}$

Matematički zapis: $(-2) + 3 = 1$

2. Temperatura u Osijeku je ujutro bila -7°C i povisila se tokom dana za 4°C . Kolika je bila dnevna temperatura?

Ujutro: -7°C

Tokom dana: $-7^{\circ}\text{C} + 4^{\circ}\text{C} = -3^{\circ}\text{C}$

Matematički zapis: $(-7) + 4 = -3$

Nastavni listić 3.7.2.2.c) za strategiju *Grupna slagalica*

Izračunaj.

1. Marko se uspinje na planinu. Pri dnu planine temperatura je 7°C , a na njenom vrhu 15°C niža. Kolika je temperatura pri vrhu planine?

Dno planine: 7°C

Vrh planine: $7^{\circ}\text{C} + (-15)^{\circ}\text{C} = -8^{\circ}\text{C}$

Matematički zapis: $7 + (-15) = -8$

2. Ujutro je temperatura u Karlovcu bila -4°C . Tijekom dana temperatura se podigla za 6°C . Kolika je bila dnevna temperatura?

Ujutro: -4°C

Tijekom dana: $-4^{\circ}\text{C} + 6^{\circ}\text{C} = 2^{\circ}\text{C}$

Matematički zapis: $(-4) + 6 = 2$

Nastavni listić 3.7.2.2.d) za strategiju *Grupna slagalica*

Izračunaj.

1. Temperatura u termometru spustila se na -2°C . Do podneva temperatura u termometru se podigla za 8°C . Kolika je bila temperatura u podne?

Ujutro: -2°C

Podne: $-2^{\circ}\text{C} + 8^{\circ}\text{C} = 6^{\circ}\text{C}$

Matematički zapis: $(-2) + 8 = 6$

2. Ujutro je temperatura u Zagrebu bila -5°C . Tijekom dana temperatura se podigla za 3°C . Kolika je bila dnevna temperatura.

Ujutro: -5°C

Tokom dana: $-5^{\circ}\text{C} + 3^{\circ}\text{C} = -2^{\circ}\text{C}$

Matematički zapis: $(-5) + 3 = -2$

Nastavni listić 3.7.2.2.e) za strategiju *Grupna slagalica u grupi stručnjaka*

U skupini stručnjaka usporedite rješenja, zajednički prodiskutirajte i odgovorite na pitanja.

1. Ispišite račune zadataka koje ste imali na svojim listićima!

$$(-5) + 8 = 3$$

$$(-3) + 2 = -1$$

2. Kakvih predznaka su pribrojnici u zadacima koje ste računali?

Pribrojnici su različitih predznaka.

3. Odredite apsolutne vrijednosti pribrojnika.

$$|-5| = 5$$

$$|8| = 8$$

$$|-3| = 3$$

$$|2| = 2$$

4. Kako bi s pomoću apsolutnih vrijednosti na brojevnom pravcu došli do rezultata tj. zbroja?

Do zbroja bismo došli oduzimanjem apsolutnih vrijednosti pribrojnika tako da od veće apsolutne vrijednosti oduzmemo manju.

5. Povežite predznak zbroja s apsolutnim vrijednostima pribrojnika. Koji pribrojnik određuje predznak zbroja?

Zbroj ima predznak pribrojnika s većom apsolutnom vrijednosti.

Nakon rješavanja nastavnih listića slijedi razredna diskusija i izvođenje zaključka.

N: Što možemo zaključiti o zbrajanju cijelih brojeva različitih predznaka ako je apsolutna vrijednost pozitivnog cijelog broja veća od apsolutne vrijednosti negativnog cijelog broja?

U: Ako je apsolutna vrijednost pozitivnog cijelog broja veća od apsolutne vrijednosti negativnog cijelog broja njihov zbroj je pozitivni cijeli broj.

N: Što možemo zaključiti o zbrajanju cijelih brojeva različitih predznaka ako je apsolutna vrijednost negativnog cijelog broja veća od apsolutne vrijednosti pozitivnog cijelog broja?

U: Ako je apsolutna vrijednost negativnog cijelog broja veća od apsolutne vrijednosti pozitivnog cijelog broja njihov zbroj je negativni cijeli broj.

N: Kako se dobije apsolutna vrijednost zbroja?

U: Apsolutna vrijednost zbroja se dobije tako da se od veće apsolutne vrijednosti jednog pribrojnika oduzme manja apsolutna vrijednost drugog pribrojnika.

3.7.3. Analiza strategije

Kako ova strategija potiče učenje. Ova strategija čini učenje lakšim i zanimljivijim. Učinkovita je jer je svaki učenik bitan i neophodan za dovršetak zadatka i razumijevanje. Omogućuje učenicima razgovor i diskusiju. Učenicima je zanimljivo da budu u ulozi učitelja te ih takav izazov dovodi do psihološke prednosti i temeljitijeg učenja.

Kako ova strategija unapređuje nastavu. Ova strategija čini nastavu zanimljivijom. Smanjuje sukobe u razredu te povećava pozitivne ishode obrazovanja kao što su poboljšani rezultati na testovima, smanjeni izostanci i veći interes za matematiku. Ova strategija koristi kako boljim tako i slabijim učenicima te jednako tako dominantnima i sramežljivima te ih sve potiče na rad i suradnju.

Planiranje i upravljanje strategijom. Ova strategija maksimalno se koristi sat vremena dnevno. Povremeno dominantni učenici preuzimaju kontrolu. Kako bi se izbjegle takve situacije korisno je odrediti za svaki sat jednog učenika da bude vođa rasprave na rotirajućoj osnovi. Njegov posao je paziti da svi ravnomjerno sudjeluju. Nakon nekog vremena, učenici će shvatiti da je u interesu grupe da svi sudjeluju te da svi budu spremni pri izlaganju. Samo interes grupe smanjuje problem dominacije. Kod učenika sa slabijim vještinama učenja ova strategija se oslanja na grupe stručnjaka. Naime, u tim grupama slabiji učenici imaju mogućnosti razgovarati sa drugima koji rade isti zadatak te upotpuniti svoja izvješća za početnu grupu.

Moguće prilagodbe. Za matematiku, grupnu slagalicu se modificira na način da svi učenici dolaze do istog zaključka, ali na različitim primjerima ili situacijama.

Napomena. Strategija *Grupna slagalica* ima najjači učinak ako se počne primjenjivati već u osnovnoj školi.

3.8. Strategija Uparivanje kartica

Sada ćemo opisati strategiju koja se provodi kao igra *Memory*, *Trimory* ili *Crni Petar* te je stoga učenicima iznimno zanimljiva, a to je strategija *Uparivanje kartica*.

3.8.1. Opis strategije

Strategija uparivanja kartica uključuje pronalaženje parova kartica koji prikazuju iste odnose ili pojmove. Ova strategija se uspješno koristi kod uparivanja problema i rješenja, oblika i njihovih karakteristika, uvjeta i definicija, jednačbi i vrijednosti varijabli te ekvivalentnih odnosa (Keeley, Tobey, 2011)

3.8.2. Primjeri primjene strategije

Primjer 3.8.2.1. Navest ćemo prvi primjer za strategiju *Uparivanje kartica*. Primjer koji slijedi primjeren je učenicima sedmog razreda osnovne škole, a radi se o povezivanju kartica na kojima su decimalni zapisi brojeva i postoci. Učenici, na satu ponavljanja pojma postotak, imaju zadatak povezati postotak i decimalni zapis. Okvirno vrijeme aktivnosti je 5 do 10 minuta. Potreban materijal su kartice prikazane na slici 3.8.2.1. Cilj aktivnosti je da učenici ponove zapisivanje postotka u obliku decimalnog broja i obratno.

12%	50%	87.5%	75%
81.25%	35%	30%	40%
5%	0.5%	135%	0.75%

0.875	0.8125	0.5	0.12
0.05	0.35	0.135	0.0005
0.3	0.00075	0.75	0.4

Slika 3.8.2.1. Kartice za strategiju *Uparivanje kartica* za primjer *Postoci*

Primjer 3.8.2.2. Navest ćemo još jedan primjer za strategiju *Uparivanje kartica*. Primjer koji slijedi primjeren je učenicima osmog razreda osnovne škole, a radi se o potencijama broja 10. Aktivnost je zamišljena kao igra *Trimory*, tj. učenici moraju upariti tri odgovarajuće kartice i to tako da povežu potenciju broja 10 sa zapisom u obliku umnoška i zapisom u obliku broja. Cilj ove aktivnosti je da učenici, na satu ponavljanja, ponove zapisivanje potencija u obliku broja i umnoška. Materijal potreban za ovu aktivnost su kartice prikazane na slici 3.8.2.2. Predviđeno trajanje ove aktivnosti je 10 do 15 minuta.

10^2	10^3	10^4
10^5	10^6	10^7

10^8	10^9	10^{10}
10^{11}	10^{12}	10^{13}
10^{14}	10^{15}	100
1 000	10 000	100 000
1 000 000	10 000 000	100 000 000
1 000 000 000	10 000 000 000	100 000 000 000
1 000 000 000 000	10 000 000 000 000	100 000 000 000 000
$10 \cdot 10$	$10 \cdot 10 \cdot 10$	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$

$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ $\cdot 10$	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ $\cdot 10 \cdot 10$
$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ $\cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ $\cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ $\cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$
$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ $\cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ $\cdot 10$	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ $\cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ $\cdot 10 \cdot 10$	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ $\cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ $\cdot 10 \cdot 10$
$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ $\cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot$ $10 \cdot 10 \cdot 10$	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ $\cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot$ $10 \cdot 10 \cdot 10$	1 000 000 000 000 000

Slika 3.8.2.2 Kartice za strategiju *Uparivanje kartica* za primjer *Potencije broja 10*

3.8.3. Analiza strategije

Kako ova strategija potiče učenje. Strategija *Uparivanje kartica* potiče učenike na aktivno traženje ekvivalentnih oblika brojeva, izraza i jednadžbi koristeći svoje matematičko znanje. Kada se koristi u parovima ili grupama, ova strategija pruža učenicima mogućnost da na zanimljiv način dijele svoje mišljenje (Keeley, Tobey, 2011)

Kako ova strategija unapređuje nastavu. Ovu strategiju učitelji mogu koristiti na početku sata kako bi odredili polaznu točku poučavanja ili kako bi odredili imaju li učenici problema sa pogrešnim shvaćanjem. Također, ova strategija može se koristiti za praćenje kako učenici primjenjuju novo naučene sadržaje. Informacije koje učitelji prikupljaju promatrajući učenike tijekom grupnog rada, mogu iskoristiti za daljnje planiranje nastave (Keeley, Tobey, 2011)

Planiranje i upravljanje strategijom. Kartice treba dizajnirati tako da sadrže glavnu temu nastavnog sata. Može se dodati nekoliko kartica koje nemaju svoga para. Ukoliko nemaju sve kartice svoga para, to obično dovodi do nesporazuma. Na taj način učitelji mogu provjeriti

jesu li učenici dobro shvatili sadržaje. Kartice treba izrezati, pomiješati, dati učenicima da pronađu parove te da objasne zašto su ih baš tako spojili (Keeley, Tobey, 2011)

Moguće prilagodbe. Mogu biti uključene prazne kartice tako da učenici sami kreiraju parove za one kartice koje nemaju para (Keeley, Tobey, 2011)

Napomena. Treba pažljivo slušati opravdanja učenika kako su spojili odgovarajuće parove jer se može dogoditi da učenici dobro spoje parove, ali da su im razlozi pogrešni (Keeley, Tobey, 2011)

3.9. Strategija Izbaci uljeza

U nastavku ovog diplomskog rada, opisat ćemo i analizirati strategiju za ponavljanje nastavnih sadržaja i za otkrivanje koncepata, a to je strategija *Izbaci uljeza*.

3.9.1. Opis strategije

Strategija *Izbaci uljeza* kombinira slične objekte i znanja učenika da odaberu koji objekt ne pripada danom nizu. Pritom, učenici moraju opravdati razloge zbog kojih su izbacili određeni broj, simbol ili matematički izraz (Keeley, Tobey, 2011)

3.9.2. Primjeri primjene strategije

Primjer 3.9.2.1. Prvi primjer za strategiju *Izbaci uljeza* je primjeren učenicima petog razreda osnovne škole kod uvježbavanja nastavnog sadržaja proširivanje i skraćivanje razlomaka. Učenici trebaju prepoznati koji razlomak ne pripada nizu i objasniti zašto su ga izdvojili od ostalih. Ovom aktivnošću u danom primjeru, učenici će ponoviti i uvježbati proširivanje i skraćivanje razlomaka jer se u svakom nizu nalazi po jedan razlomak koji nije nastao proširivanjem, dok su ostali razlomci međusobno povezani na način da su nastali međusobnim proširivanjem ili skraćivanjem nekim brojem. Za ovu aktivnost potrebni su nastavni listići. Primjer jednog listića prikazan je na slici 3.9.2.1. Ova aktivnost ima okvirno trajanje 5 do 10 minuta.

Nastavni listić 3.9.2.1. za strategiju *Izbaci uljeza*

Izbaci uljeza! Zaokruži razlomak koji ne pripada nizu. Objasni zašto!				Objašnjenje
$\frac{3}{4}$	$\frac{15}{20}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{33}{44}$	Izdvajamo razlomak $\frac{8}{9}$ jer su ostali razlomci nastali proširivanjem razlomka $\frac{3}{4}$ sa 5 i 11, a izdvojeni razlomak ne.
$\frac{36}{42}$	$\frac{18}{21}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{12}{28}$	Uljez je $\frac{12}{28}$ jer su ostali razlomci nastali skraćivanjem razlomka $\frac{36}{42}$ sa 2 i 6, a izdvojeni razlomak nije nastao skraćivanjem od tog razlomka.
$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{1}{4}$	Ostali razlomci su nastali proširivanjem $\frac{1}{3}$ sa 3 i 4.
$\frac{4}{10}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{5}$	Izdvojeni razlomak nije do kraja skraćen, a ostali su do kraja skraćeni.
$\frac{4}{14}$	$\frac{6}{21}$	$\frac{15}{30}$	$\frac{8}{28}$	Izdvajamo označeni razlomak jer kad njega do kraja skratimo dobijemo jednu polovinu, a skraćivanjem ostalih razlomaka dobijemo dvije sedmine.

Primjer 3.9.2.2. Sljedeći primjer za strategiju *Izbaci uljeza* je primjer primjeren učenicima petog razreda osnovne škole, a vezan je uz djeljivost prirodnih brojeva s 10, 5, 2, 3 i 9 u nastavnoj cjelini *Djeljivost prirodnih brojeva*. Naime, učenici dobiju nastavne listiće sa zadacima na kojima trebaju u nizu brojeva prepoznati uljeza te objasniti svoj odabir. Kroz ovu aktivnost, učenici ponavljaju kako prepoznati prirodne brojeve djeljive sa 10, 5, 2, 3 i 9. Za grupe učenika je potrebno pripremiti nastavne listiće. Primjer takvog nastavnog listića prikazuje listić 3.9.2.2. Za ovu aktivnost predviđeno je 5 do 10 minuta.

Nastavni listić 3.9.2.2. za strategiju *Izbaci uljeza*

Izbaci uljeza! Zaokruži broj koji ne pripada nizu. Objasni zašto!				Objašnjenje
24	18	37	42	Broj 37 nije djeljiv s 2, a ostali brojevi su djeljivi s 2.
34	5	10	40	Broj 34 nije djeljiv s 5, a ostali brojevi jesu.
126	63	141	108	Brojevi u ovom nizu su djeljivi s 9 i s 3, a broj 141 je djeljiv samo s 9.
30	125	150	80	Ovo je niz brojeva djeljivih s 10, a broj 125 nije djeljiv s 10.
18	26	42	54	Broj 26 nije djeljiv s 3, a ostali brojevi u ovom nizu su djeljivi s 3.

3.9.3. Analiza strategije

Kako ova strategija potiče učenje. Strategija *Izbaci uljeza* pruža mogućnost učenicima da koriste svoje matematičko znanje za analizu međusobnih odnosa objekata u nizu. Učenici razmišljaju o njihovim sličnostima i razlikama te koriste svoje vještine obrazlaganja. Ova strategija koristi se i za pokretanje grupne diskusije, ali prvo učenici moraju samostalno riješiti zadatke i razmisliti o vlastitim idejama, a potom ih razmijeniti sa grupom. Prilikom diskusije u grupi, učenici mogu mijenjati svoje razmišljanje ili način obrazlaganja svojih ideja (Keeley, Tobey, 2011).

Kako ova strategija unapređuje nastavu. Dana strategija može se koristiti na početku sata da se stekne dojam koliko učenici već znaju o danoj temi. Može se koristiti tijekom sata za razvoj konceptualnog razumijevanja tako da se ispituju razlozi zbog kojih učenici povezuju ili razlikuju neke pojmove. Učitelji mogu koristiti ovu strategiju kako bi ispitali na koji način njihovi učenici prave poveznice između koncepata. Te informacije su učiteljima korisne da bi usmjerili svoju daljnju nastavu i izbjegli pogrešno shvaćanje učenika (Keeley, Tobey, 2011)

Planiranje i upravljanje strategijom. Stavke treba posložiti tako da jedna stavka ne odgovara ostalima. Stavke i veze treba izabrati tako da nije odmah očito koji je uljez kako bi se potaklo dublje razmišljanje. Učenicima je potrebno dati vremena prvo da sami razmisle o konceptima i njihovoj povezanosti, a potom da rasprave s ostalima u grupi. Učenicima treba dati dovoljno vremena da rasprave različite mogućnosti (Keeley, Tobey, 2011). Također, ova strategija razvija više misaone procese kao što su analiza i analogija.

Moguće prilagodbe. Kod mlađe djece potrebno je smanjiti broj primjera na tri te ih staviti na kartice te potom tražiti od učenika da pokupe karticu koja ne pripada nizu (Keeley, Tobey, 2011)

Napomena. Prilikom korištenja ove strategije treba biti siguran da učenici poznaju i razumiju riječi ili izraze prije nego što trebaju uspostaviti odnose među njima. Treba imati na umu da različiti učenici mogu izbaciti različite uljeze i imati opravdanje za to po nekoj logici koja je opravdana, ali je učitelj nije imao na umu (Keeley, Tobey, 2011)

3.10. Strategija Partner govori

Na kraju ćemo opisati i analizirati strategiju *Partner govori*.

3.10.1. Opis strategije

Strategija *Partner govori* pruža učenicima mogućnost da razgovaraju o konceptima i rješenju problema s drugim učenicima i dobiju povratnu informaciju prije izlaganja većoj grupi. Prilikom izlaganja ideja u grupi, učenik ne govori iz svoje perspektive, već iznosi ideje svoga partnera s kojim je bio u paru. Prvo svaki učenik zapiše svoju ideju te ju potom objasni partneru s kojim je u paru, a nakon toga pomno sluša partnerovu ideju i objašnjenje jer nakon rada u paru svaki učenik mora u grupi od četiri učenika objasniti i izložiti rješenje svoga partnera. Ova strategija potiče učenike da pažljivo slušaju jedan drugoga te da rezimiraju partnerove misli kako bi ih drugi razumjeli prilikom izlaganja. Kroz ovu aktivnost učenici prikupe različite ideje za rješenje postavljenog problema.

3.10.2. Primjeri primjene strategije

Primjer 3.10.2.1. Prvi primjer za strategiju *Partner govori* je uspoređivanje razlomaka različitih nazivnika u šestom razredu osnovne škole u nastavnoj cjelini *Racionalni brojevi*. Radi se o satu obrade. Učenicima se postavi zadatak kako bi usporedili dva razlomka različitih nazivnika. Za ovu aktivnost potrebni su papir i olovka. Vremensko trajanje ove aktivnosti je 10 do 15 minuta. Slika 3.10.2.1. prikazuje rješenja jednog para učenika. Nakon što oni u paru rasprave svoja rješenja odlaze u grupu s još jednim parom i međusobno izlažu partnerova rješenja.

Nastavni listić 3.10.2.1 za strategiju *Partner govori*

Usporedite $\frac{1}{5}$ i $\frac{1}{6}$ i objasnite svoje rješenje.

Prvi učenik: Mislim da je $\frac{1}{5}$ veća od $\frac{1}{6}$ jer si to zamišljam kao da dijelim jednu čokoladu na 5 i na 6 jednakih dijelova. Ako ju dijelim na 5 jednakih dijelova ti dijelovi su veći, nego ako dijelim na 6 dijelova. Što je više dijelova na koje dijelimo čokoladu, ti dijelovi su manji stoga je $\frac{1}{5}$ veća od $\frac{1}{6}$.

Drugi učenik: Smatram da je $\frac{1}{5}$ veća od $\frac{1}{6}$ jer kad uzmemo dva kruga jednakog radijusa i podijelimo ih na pet i šest jednakih dijelova ti dijelovi nisu jednaki. Kad imamo manji broj dijelova, svaki taj pojedini dio je veći, nego kad krug dijelimo na veći broj dijelova. Što je veći broj dijelova, ti dijelovi su sve manji. Jednako ako dijelimo pizzu na 5 i 6 dijelova.

Primjer 3.10.2.2. Sljedeći primjer za strategiju *Partner govori* je dijeljenje prirodnog broja razlomkom u šestom razredu osnovne škole. Kao i u prethodnom primjeru, na satu obrade, učenicima se postavi problem vezan uz temu sata. Učenici prvo riješe samostalno postavljeni problem, nakon toga predstavljaju svoje rješenje partneru i potom se okupe u grupi od četiri učenika gdje jedni drugima predstavljaju partnerova rješenja i dogovaraju grupno rješenje koje predstavljaju razredu. Slika 3.10.2.2. prikazuje rješenja jednog para učenika.

Nastavni listić 3.10.2.2. za strategiju *Partner govori*

Podijelite $5 : \frac{1}{2}$

Prvi učenik: Ako imamo 5 litara soka i dijelimo ih u boce od po pola litre, za jednu litru nam trebaju dvije boce pa tako za pet litara trebamo 5 puta po dvije boce tj. 10 boca. Stoga je rješenje 10.

Drugi učenik: Zamišljam si ovako: ako dijelimo, primjerice, 5 kg šećera u pakovanja od po pola kg za jedan kilogram nam trebaju dva pakovanja, pa nam je za 5 kg potrebno 10 pakovanja. Rješenje je 10.

3.10.3. Analiza strategije

Kako ova strategija potiče učenje. U ovoj strategiji učenik ima partnera s kojim može dijeliti svoje ideje kako bi dobio povratnu informaciju prije dijeljenja s grupom. To pomaže učenicima da razviju vještine pažljivog slušanja i parafraziranja jer moraju iznositi grupi partnerove misli, a ne vlastite. Ova strategija pruža mogućnost sramežljivim učenicima i onima s nedostatkom samopouzdanja kojima nije ugodno dijeliti svoje ideje pred razredom ili grupom. Također, navedena strategija potiče samouvjerene učenike da prihvate ideje drugih, a ne da se samo fokusiraju na svoje. Strategija *Partner govori* promiče dublji interes za ideje, posebice kada se radi o novim nastavnim sadržajima ili teškim pitanjima.

Kako ova strategija unapređuje nastavu. Ova strategija može se koristiti u bilo kojem dijelu sata kada je potrebno poboljšati razvoj dijeljenja ideja. Učitelji koji slušaju interakciju učenika dobiju informacije o učeničkom načinu razmišljanja te shodno tomu planiraju slijedeći korak u nastavi.

Planiranje i upravljanje strategijom. Kada se ova strategija upotrebljava prvi put, korisno je pokazati učenicima na primjeru dva učenika kako izgleda kada oni razgovaraju tj. dok jedan govori, drugi ga sluša i obrnuto sa svrhom dubljeg razmišljanja o temi i kako se daje povratna informacija. Svaki član para pokušava rezimirati partnerove ideje i dati korisnu povratnu informaciju. Potrebno je poticati učenike da uspostavljaju kontakt očima, razmišljaju o tome što njihov partner govori te da slušaju bez prekidanja.

Moguće prilagodbe. Ovu strategiju je moguće kombinirati s različitim metodama podijele učenika tako da se partneri izmjenjuju tj. da pojedini učenik nije uvijek sa istim partnerom. Ova strategija može se koristiti i u grupi od tri učenika.

Napomena. U nekim razredima razredna klima, tj. prijateljstva i spol mogu ometati navedenu strategiju. Preporučljivo je da učitelji uspostave pravila partnerske diskusije. Učenike treba upozoriti da ne kritiziraju ideje svojih partnera pri izlaganju pred razredom. Potrebno je ostaviti vremena za povratnu informaciju razreda te za različite ideje koje se javljaju.

Literatura

1. Batarelo Kokić, I., Rukavina, S. (2011). Primjena suradničkog učenja u mješovitom obrazovnom okruženju. *Život i škola*, 25, 24. – 34.

hrcak.srce.hr/file/106655 pogledano 5. 2. 2016.

2. Bekavac Cota, M., Grozdanić, V., Kletzien Bengel, S. (2005). *Suradničko i iskustveno učenje*. Zagreb: Forum za slobodu odgoja.

3. Bognar, L., Matijević, M. (2005). *Didaktika*. Zagreb: Školska knjiga.

4. Bognar, L. *Suradničko učenje*.

<http://ladislav-bognar.net/files/Suradni%C4%8Dko%20u%C4%8Denje.pdf> pogledano 5.10. 2016.

5. Bognar, L. (2006). Suradničko učenje u sveučilišnoj nastavi. *Život i škola*, 1-2/2016, 7-16.

hrcak.srce.hr/file/39434 pogledano 25.10.2016.

6. British Council. *Working in pairs and groups*.

<https://www.teachingenglish.org.uk/article/working-pairs-groups> pogledano 23.8. 2016.

7. Bruning, L., Saum, T. (2008). *Suradničkim učenjem do uspješne nastave*. Zagreb: Naklada Kосinj.

8. Cindrić, M., Miljković, D., Strugar, V. (2000). *Didaktika i kurikulum*. Zagreb: IEP – D2.

9. Čudina – Obradović, M., Težak, D. (1995). *Mirotvorni razred*. Zagreb: Znamen.
10. Desforges, C. (2001). *Uspješno učenje i poučavanje*. Zagreb: Educa
11. Dryden, G., Vos, J. (2001). *Revolucija u učenju*. Zagreb: Educa.
12. ELT Guide. (2014). *Eight advantages for students to work in pairs or groups in the classroom*. <https://eltguide.wordpress.com/2014/10/07/eight-advantages-for-students-to-work-in-pairs-or-groups-in-the-classroom/> pogledano 23.8.2016.
- Jensen, E. (2003). *Super nastava*. Zagreb: Educa.
13. Johnson, D., Johnson, R., Holubec, E. (1994). *The new circles of learning- cooperation in the classroom and school*. Virginia: ASCD.
14. Johnson, D., Johnson, R. *An Overview Of Cooperative Learning*. <http://www.co-operation.org/what-is-cooperative-learning/> pogledano 15. 8. 2016.
15. Keeley, P., Tobey, C. R. (2011). *Mathematics Formative Assessment – 75 practical strategies for linking assessment, instruction and learning*. California: Corwin.
16. Klippert, H. (2001). *Kako uspješno učiti u timu*. Zagreb: Educa.
17. Marzano, R.J., Pickering, D. J., Pollock, J. E. (2005). *Nastavne strategije. Kako primijeniti devet najuspješnijih nastavnih strategija*. Zagreb: Educa.
18. Matić, T. (2014). *Metode aktivnog učenja u razrednoj nastavi*. Osijek: Učiteljski fakultet.
<https://www.carnet.hr/referalni/obrazovni/mkod/pedagogija/kognit.html> pogledano 17.10.2016.
19. Mindmaps Unleashed. (2015). *The Mind mapping concept and how you benefit from this*.
<http://mindmapsunleashed.com/the-mind-mapping-concept-and-how-you-benefit-from-this>
pogledano 23.8.2016.
20. Predojević, Ž. (2010). *Temeljni nastavni oblici rada*.
http://os-popovac.skole.hr/ucitelji?news_id=672 pogledano 16.10.2016.
21. Professional Learning Board. (2009). *How can I facilitate Brainstorming in the classroom*. <https://k12teacherstaffdevelopment.com/tlb/how-can-i-facilitate-brainstorming-in-the-classroom/> pogledano 23.8.2016.
22. Slunjski, E. (2012). *Tragovima dječjih stopa*. Zagreb: Profil.
23. Social Psychology Network. (2000 – 2016). *The Jigsaw Classroom – Tips for implementation*. <https://www.jigsaw.org/tips/> pogledano 23.8. 2016.

24. Social Psychology Network. (2000 – 2016). *The Jigsaw Classroom*.
<https://www.jigsaw.org/> pogledano 23. 8. 2016.
25. Steele, Jeannie L.; Temple, Charles i Meredith, Kurtis S. (2003). *Čitanjem i pisanjem do kritičkog mišljenja*. Sarajevo: COI »Step by step«
26. Steele, J. L., Meredith, K. S., Temple, C. (2011). *Čitanje i pisanje za kritičko mišljenje. Suradničko učenje. Vodič kroz projekt V*. Zagreb: Forum za slobodu odgoja.
27. Terhart, E. (2001). *Metode poučavanja i učenja*. Zagreb: Educa.
28. UNSW AUSTRALIA. (2016). *Brainstorming*. <https://teaching.unsw.edu.au/brainstorming> pogledano 23.8.2016.

Sažetak

Suradničko učenje je aktivni proces učenja u kojemu se njeguju akademske i socijalne vještine kroz izravnu interakciju učenika, individualnu odgovornost i pozitivnu međuovisnost. Nastalo je kao antiteza na natjecateljsko učenje još u prošlom stoljeću. Od tada, sve do danas, provedeno je oko 550 eksperimentalnih i 100 studijskih istraživanja suradničkog učenja u odnosu na individualno i natjecateljsko učenje kojima je potvrđeno da suradničko učenje rezultira većim postignućima, kreiranjem novih ideja i rješenja, metakognicijom, prenošenjem naučenoga iz jedne situacije u drugu, boljim psihološkim zdravljem i razvojem socijalnih kompetencija. Prednosti strategije suradničkog učenja su brojne, a neke od njih su snažnije motiviranje i aktiviranje učenika, poticanje viših misaonih funkcija, poticanje suradnje i komuniciranja, razvijanje osjećaja prihvaćenosti, uzajamne povezanosti, povećanje samopoštovanja, prihvaćanje različitosti itd. No, da bi strategija suradničkog učenja bila uistinu suradničko učenje i da bi se tom strategijom ostvarile sve navedene prednosti, suradničko učenje mora sadržavati osnovne komponente a to su pozitivna međuovisnost, izravna interakcija, individualna odgovornost, suradnička umijeća i grupno procesiranje. Pri kreiranju nastave korištenjem strategije suradničkog učenja treba poštivati temeljno načelo razmisliti – razmijeniti – prezentirati. Nastava se može kreirati korištenjem informalnog i formalnog tipa suradničkog učenja te osnovnih suradničkih grupa. Danas, suradničko učenje je jedna od najpopularnijih nastavnih strategija koja bi trebala imati što širu primjenu u današnjim interaktivnim razredima u kojima se teži suradnji i interakciji učitelja i učenika kako bi naše učenike što bolje pripremili za izazove budućnosti.

Summary

Cooperative learning is an active process of learning that foster academic and social skills through direct interaction of students, individual responsibility and positive interdependence. It was created as the antithesis of the competitive learning in the last century. Since then, until today, there were conducted about 550 experimental and 100 study researches of cooperative learning in a relation to the individual and competitive learning which confirmed that cooperative learning results in greater achievement, creating new ideas and solutions, metacognition, transferring acquired knowledge from one situation to another, better psychological health and development of social competences. The advantages of cooperative learning strategies are numerous, and some of them are more powerful motivation and activation of students, encouraging higher thought functions, encouraging cooperation and communication, developing a sense of acceptance, connections, increase of self –respect, acceptance of dissimilarity and so on. But, that this strategy of cooperative learning will truly be cooperative learning and that achieve all mentioned advantages, it must contain the basic components and these are positive interdependence, direct interaction, individual responsibility, collaborative skills, and group processing. When creating classes using a strategy of cooperative learning, you should respect the basic principle to consider – to exchange – to present. Classes can be created by using informal and formal type of cooperative learning and basic cooperative groups. Today, cooperative learning is one of the most popular teaching strategies which should have a wider application in today's interactive classes which tends to cooperation and interaction between teachers and students to help our students to prepare better for the challenges of the future.

Životopis

Rođena sam 8.8.1991. u Bjelovaru. Pohađala sam Četvrtu osnovnu školu u Bjelovaru koju sam završila 2006. godine. Nakon toga, upisala sam Opću gimnaziju Bjelovar te maturirala 2010. godine. Iste godine sam upisala Preddiplomski sveučilišni studij matematike – smjer nastavnički na Prirodoslovno – matematičkom fakultetu u Zagrebu. Preddiplomski studij sam završila 2013. godine te iste godine upisala Diplomski sveučilišni studij matematike – smjer nastavnički na Prirodoslovno – matematičkom fakultetu u Zagrebu čijom ću diplomom steći zvanje magistre edukacije matematike.